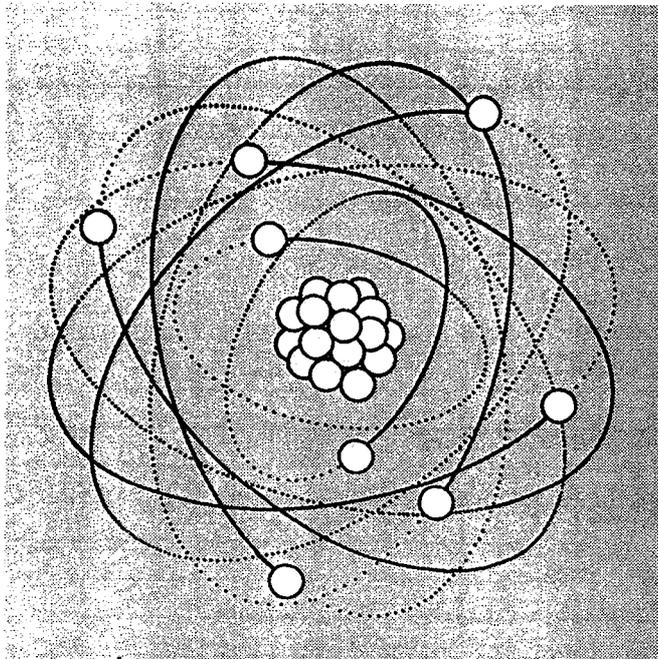


Grundlagen

Aufbau des Atoms

Für das Verständnis der Elektrizität ist es notwendig, die Bauteile der Materie, die Atome, zu kennen. Alle Körper bestehen aus Grundstoffen, chemische Elemente genannt. Ihr kleinster chemischer Teil ist das Atom. An einem Atom lassen sich zwei Zonen unterscheiden: der Atomkern und die Atomhülle.

Mechanische und elektrische Kraft hatten Hülle und Kern zusammen.



○ <u>Proton</u>	} <u>Atomkern</u>
Masse 1	
Ladung +1	
○ <u>Neutron</u>	} <u>Atomkern</u>
Masse 1	
keine Ladung	} <u>Atomhülle</u>
○ <u>Elektron</u>	
Masse 0,0005	
Ladung -1	

Der Atomkern besteht aus schweren, stationären Teilchen, den elektrisch positiv geladenen *Protonen* und den neutralen *Neutronen*.

Die Atomhülle besteht aus kleinen, rasch um den Kern umlaufenden Teilchen, den elektrisch negativ geladenen *Elektronen*.

Bei einigen Stoffen lassen sich die Elektronen der äussersten Schale vom Kern entfernen und zu andern Atomen verschieben (**elektrische Leiter**).

Bei den **Nichtleitern** sind alle Elektronen fest an den Kern gebunden.

Die Elektronen sind keine Energieform; sie ermöglichen es aber, Energie zu verschieben (Energietransport) oder umzuwandeln.

Eine **Bewegung von Elektronen** bezeichnet man als elektrischen Strom.

Eine **Anhäufung von Elektronen** nennt man elektrische Ladung.

Elektrizität (das «Zusammenwirken» von *Elektronen*) ist eine **Energieform**, die sich leicht transportieren oder in andere Energieformen umformen lässt, z.B. in Wärme, Strahlung (Licht) oder mechanische Energie.

1.2 Elektrische Grundbegriffe

Der elektrische Strom

(Formelzeichen I)

Man hat sich den elektrischen Strom tatsächlich als *Fluss von Teilchen* (wie einen Wasserstrom in einer Röhre) vorzustellen. Die bewegten Teilchen sind *Elektronen* oder elektrisch geladene Atome (*Ionen*).

Masseinheit für I : 1 Ampère [A]

Fazit: Strom „fließt“

Die elektrische Ladung

(Formelzeichen Q)

Die elektrische Ladung ist für energietechnische Belange nicht wichtig

Elektronen und Protonen besitzen eine sogenannte elektrische Grundladung. Dies ist eine «Eigenschaft» der Teilchen.

Die elektrische Ladung ist ein räumlich begrenzter Überschuss oder Mangel an Elektronen (negative und positive Ladungen). Elektrische Ladungen üben aufeinander Kraftwirkungen aus:

- gleichartige Ladungen stoßen sich ab

- ungleichartige ziehen sich an

Jede Ladung verursacht eine elektrische Spannung (Druck).

Die Masseinheit für die Ladung ist

1 Ampere Sekunde [As]

1 Coulomb C

Elektrische Leiter

Leiter sind Werkstoffe, welche der Bewegung der Elektronen wenig Widerstand entgegenzusetzen (Metalle, Kohle, ionisiertes Gas, bestimmte Flüssigkeiten).

Die elektrische Spannung

(Formelzeichen U)

Spannung entsteht durch unterschiedliche Elektronenbesetzung (positiv oder negativ geladene Teile). Die Spannung ist die elektrische Kraft (Druck), welche die Elektronen durch den geschlossenen Stromkreis treibt.

Für einen kontinuierlichen Stromfluss muss die unterschiedliche Elektronenbesetzung durch eine **Spannungsquelle** dauernd aufrecht erhalten werden.

Spannung ist allgemein ein Zustand, der nur zwischen zwei Punkten bestehen kann

Die Spannung zwischen einem beliebigen Punkt und dem «Nullpunkt» im Stromkreis (z.B. Erdboden oder Apparategehäuse) nennt man auch **Potential** oder Potentialdifferenz.

Masseinheit für U : 1 Volt [V]

Fazit: Spannung „drückt“

Der elektrische Widerstand

(Formelzeichen R)

Der Widerstand eines Leiters **behindert** den Elektronenfluss. Er hängt vom *Leitermaterial* (Atombau, freie Elektronen) und von den *Abmessungen* des Leiters ab.

Masseinheit für R : 1 Ohm [Ω]

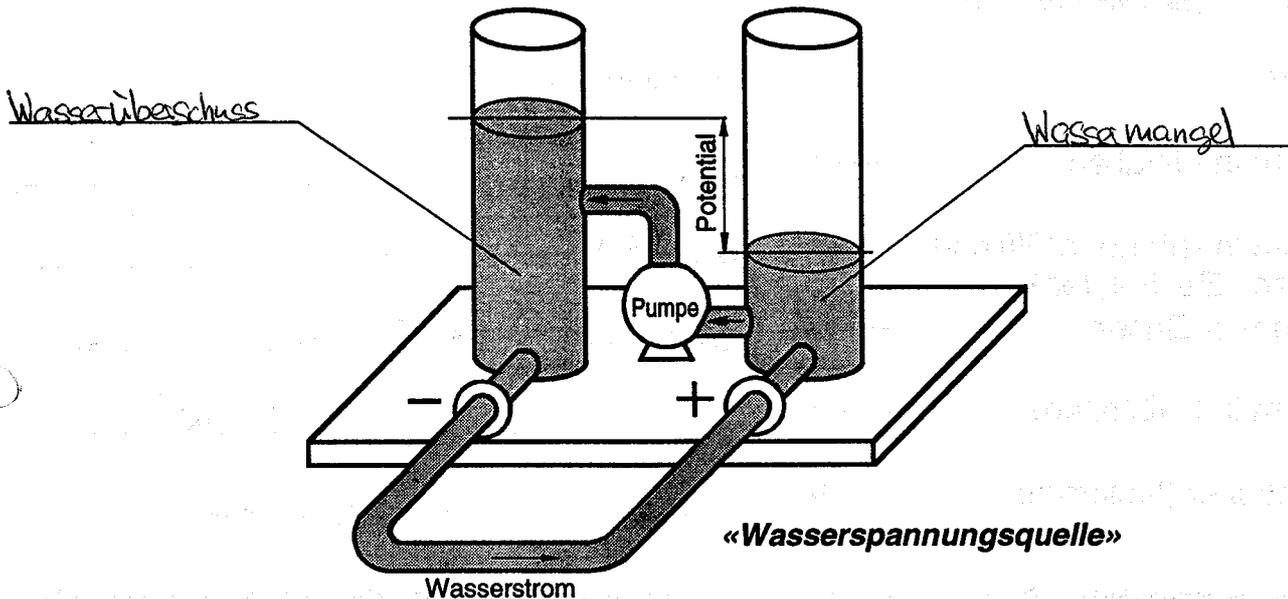
Fazit: Widerstand „behindert“

Nichtleiter

Stoffe, welche den elektrischen Strom *nicht* oder *sehr schlecht leiten*, bezeichnet man als Nichtleiter; man verwendet sie als **Isolierstoffe** (Luft, Papier, Porzellan, Kunststoffe).

1.3 Der Stromkreis

Der elektrische Stromkreis kann mit einem geschlossenen Wasserkreislauf verglichen werden.

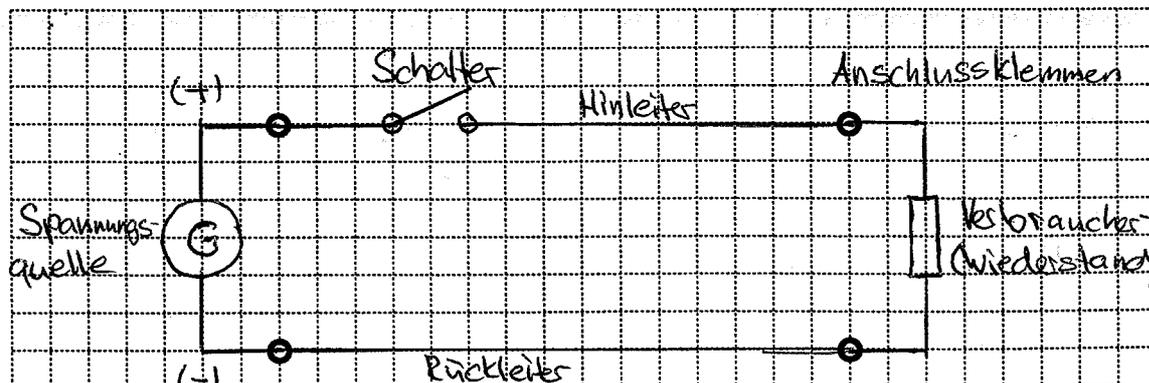


Den Niveauunterschied des Wassers in den beiden Gefässen bezeichnen wir als **Potential** oder als **Spannung**. Als Folge dieses Potentials fließt durch die Wasserleitung ein **Wasserstrom**, welcher den Niveauunterschied ausgleichen würde, wenn nicht die Pumpe (Wasserspannungsquelle) das Potential aufrecht erhielte.

Die Wasserleitung setzt dem Wasserstrom einen **Widerstand** entgegen.

Elektrischer Strom fließt nur in einem **geschlossenen Stromkreis**. Um die Elektronen in Fluss zu halten, sind Spannungserzeuger (Elektronenpumpen) notwendig. Neben dem *Erzeuger* (Generator, Batterie etc.) besteht der Stromkreis aus einem *Verbraucher*, einem *Hin-* und einem *Rückleiter*.

Mit einem Schalter kann der Stromkreis geöffnet und geschlossen werden.



Der Strom ist in jedem Teil des Stromkreises gleich gross!

Der Verbraucher «vernichtet» die elektrische Spannung, d.h., er wandelt die elektrische Energie in eine andere Energieform um, z.B. in Wärme oder mechanische Energie.

Hin- und der Rückleiter bestehen aus elektrischem Leitermaterial: meist aus Kupferdrähten, aber auch aus Metallschienen, metallenen Gehäusen, leitenden Flüssigkeiten oder Erdrreich.

1.1 Stromleitung und Stromrichtung

Elektrischer Strom ist ein Fluss von elektrisch geladenen Teilchen. Je nach Leiterart unterscheiden wir verschiedene Ladungsträger:

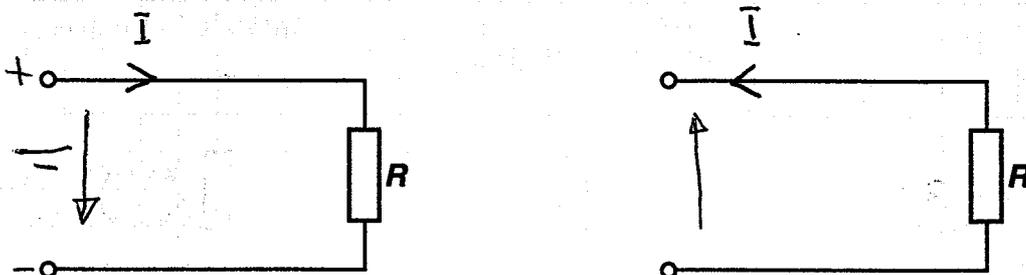
Leiterart	Ladungsträger
- Strom in Metallen	→ Elektronen
- Strom in leitenden Flüssigkeiten (Elektrolyten)	→ pos. od. neg. Ionen
- Strom in Gasen	→ Elektronen und Ionen
- Strom in Halbleitern	→ freie Elektronen + „Löcherstrom“
- Nichtleiter (Isolatoren)	→ keine freie Ladungsträger

Bei den Isolierstoffen sind die Elektronen mit dem Atomkern «verbunden», sie können nicht wandern. Ist die angelegte Spannung jedoch sehr hoch, werden die Elektronen dem Atomkern entrissen, was zu einem Durchschlag führt und den Isolierstoff zerstört.

Positiv geladene Ionen wandern vom Plus- zum Minuspol, Elektronen und negative Ionen vom Minus- zum Pluspol.

Da ausser in Metallen **beide Flussrichtungen** möglich sind, wurde festgelegt:

Ausserhalb der Spannungsquelle fliesst der Strom vom Plus- zum Minuspol (technische Stromrichtung)



In metallischen Leitern werden die Ladungsträger (freie Elektronen) relativ langsam verschoben; die «**Wandergeschwindigkeit**» beträgt *nur einige mm pro Sekunde*. Dagegen wird der «**Wanderimpuls**» übertragen mit

$300'000 \text{ km/s} = \text{Lichtgeschwindigkeit (ca. 7,5 mal Erdumfang)}$

Bei kurzen Leitern kann deshalb der Strom seine Wirkung sofort entfalten, bei sehr langen Leitungen sind die Verzögerungen messbar.

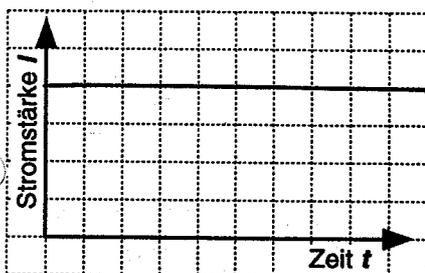
1.5 Stromarten

Grundsätzlich unterscheidet man zwei Stromarten:

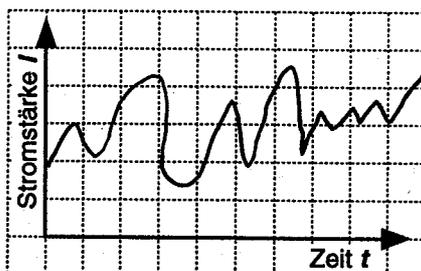
1.5.1 Gleichstrom Abkürzung: DC (direct current)

Gleichspannungen haben in einem betrachteten Zeitraum eine gleichbleibende Polarität. Sie bewirken in einem Leiter einen Gleichstrom, das heisst:

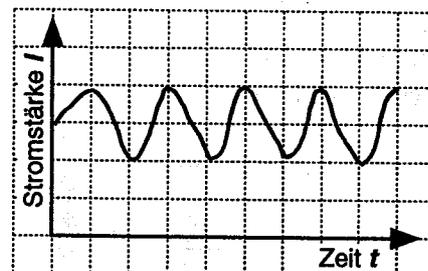
Gleichstrom fliesst immer in gleicher Richtung



konstanter Gleichstrom



pulsierender Gleichstrom



Wellstrom (Mischstrom)

Erzeuger: Batterie (Solar)

Gleichrichter

Gleichstromgenerator

Anwendungen: Elekt. Geräte

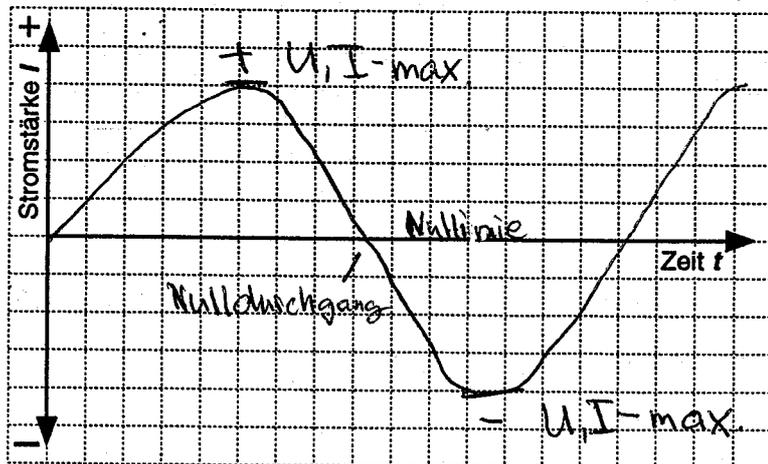
Elektrochemie

Telefonie

1.5.1 Wechselstrom Abkürzung: AC (alternating current)

Wechselspannungen und Wechselströme wechseln dauernd ihre Richtung.

Wechselspannungen erzeugen entsprechend ihrem zeitlichen Verlauf Wechselströme. Die Änderungen können periodisch (regelmässig) oder auch unregelmässig verlaufen, z.B. Sprechwechselstrom beim Telefon.



sinusförmiger Wechselstrom

In der Technik verwendet man vorwiegend sinusförmigen Wechselstrom, da dieser Spannungsverlauf von Spulen und Kondensatoren nicht verändert wird.

In Spezialfällen finden auch rechteckförmige, dreieckförmige oder sägezahnförmige Wechselspannungen und -ströme Verwendung.

Der Wechselstrom in unserem Starkstromnetz hat eine Frequenz von 50 Hertz ($f = 50 \text{ Hz}$). In jeder Sekunde ändert die Stromrichtung 100mal.

Erzeuger: Wechselstromgenerator

Drehstromgenerator

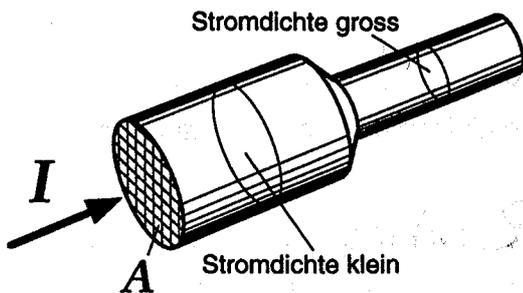
Transformator

Anwendungen: Hausinstallation

Industrie

Bahn

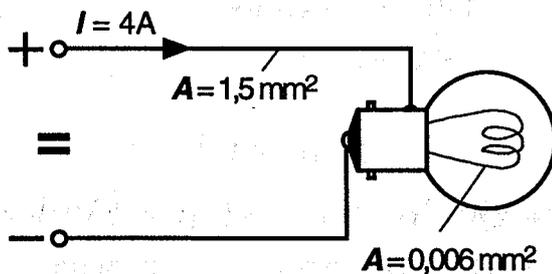
1.6 Stromdichte und Bemessung der Leiter



Aus Stromstärke und Leiterquerschnitt wird die Stromdichte wie folgt berechnet:

$$S = \frac{I}{A} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right]$$

Die Masseinheit für die Stromdichte ist Ampere durch mm^2 .



Die Stromstärke pro mm^2 Leiter wird Stromdichte genannt.

Die Stromstärke I ist in jedem Punkt eines Stromkreises gleich gross; ändert sich innerhalb des Stromkreises der Leiterquerschnitt, so ändert sich auch die Stromdichte:

→ bei grösserem Querschnitt wird kleiner und umgekehrt.

Je grösser die Stromdichte in einem Leiter ist, desto stärker wird der Leiter erwärmt.

Beispiel:

Der nebenstehende Stromkreis ist aus verschiedenen Leiterabschnitten aufgebaut. Die Zuleitung (Hin- und Rückleiter) hat einen Querschnitt von $1,5 \text{ mm}^2$, der Glühfaden der Lampe hat einen Querschnitt von $0,006 \text{ mm}^2$. Im Stromkreis fliesst ein Strom von 4 A .

Welche Stromdichten treten auf?

$$S_{\text{Leiter}} = \frac{I}{A} = \frac{4 \text{ A}}{1,5 \text{ mm}^2} = 2,7 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

$$S_{\text{Glühfaden}} = \frac{I}{A} = \frac{4 \text{ A}}{0,006 \text{ mm}^2} = 666 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

Zuordnung der Strombelastbarkeit zu den Querschnitten für ortsfest verlegte Kupferleiter

A in mm^2	Strom in A in A/mm^2
1,5	16	10,7
2,5	20	8
4	25	6,25
6	30	5,33
10	40	4
16	63	3,9
25	80	3,2
35	100	2,8
50	125	2,5
70	160	2,3
95	200	2,1

Die höchstzulässigen Dauerströme und damit die Absicherung für elektrische Leitungen sind nach NIN (Niederspannungs-Installationsnormen) festgelegt, sie sind abhängig vom Leitungsquerschnitt und von der Verlegungsart. Die Verlegungsart beeinflusst die Kühlung der Leitungen.

Zu starke Leiterwärme zerstört die Isolation des Leiters.

Die Wärme wird von der Oberfläche des Leiters abgeführt, daher ist die höchstzulässige Stromdichte bei grösseren Querschnitten geringer. Je grösser ein Leiterquerschnitt, desto kleiner ist die Oberfläche pro mm^2 Querschnitt.

Zudem ist die Erwärmung vom spezifischen Widerstand des Leitermaterials und von den gegebenen Kühlmöglichkeiten abhängig.

17 Widerstand elektrischer Leiter

In einem Leitungsdraht strömt ein «Elektronengas» zwischen den Metallatomen hindurch. Ein ungehindertes Strömen ist nicht möglich, der Werkstoff setzt der Elektronenströmung einen Widerstand entgegen. Dieser Widerstand begrenzt die Stromstärke.

Versuche zeigen, dass der Widerstandswert eines Leiters abhängig ist

vom Material, vom Querschnitt, von der Länge (und von der Temperatur).

Wenn der Temperatureinfluss nicht berücksichtigt wird, ist der Widerstand eines Drahtes proportional zur Länge und zum spezifischen Widerstand und umgekehrt proportional zum Querschnitt. Das ergibt die Berechnungsformel:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad [\Omega]$$

In der Praxis wird die Länge in m und der Querschnitt in mm^2 eingesetzt.

Da ρ für eine Temperatur von 20°C gilt, ist R der Widerstandswert des Leiters bei 20°C .

Beispiele:

- Ein Kupferleiter mit $1,5 \text{ mm}^2$ Querschnitt hat die Länge 30 m. Wie gross ist der Widerstandswert?

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} = \frac{0,0175 \left[\frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \right] \cdot 30 \text{ (m)}}{1,5 \text{ [mm}^2\text{]}} = \underline{\underline{0,35 \Omega}}$$

Die verschiedenen Stoffe setzen dem elektrischen Strom unterschiedliche Widerstandswirkungen entgegen. Ursache dafür ist der unterschiedliche atomare und molekulare Aufbau der Stoffe.

Will man die verschiedenen Widerstandswirkungen vergleichen, so benötigt man Körper mit gleichen Abmessungen und gleicher Umgebungstemperatur. Diese durch Versuche ermittelten Einheitswiderstandswerte nennen wir

spezifischer Widerstand ρ (Rho)

Unter Rho (ρ) versteht man den Widerstand eines Leiters von einem Meter Länge und ein mm^2 Querschnitt bei 20°C in $\Omega \text{mm}^2/\text{m}$.

Die Materialkonstanten ρ sind in Tabellen festgehalten, sie betragen zum Beispiel:

Werkstoff	spez. Widerst. ρ in $\Omega \text{mm}^2/\text{m}$
Kupfer	0,0175
Aluminium	0,029
Konstantan	0,5
Chromnickel	1,1
Kohle	40-100

(Fortsetzung Beispiele)

2. Ein Bügeleisenheizkörper nimmt bei der Spannung 230 V einen Strom von 2,17 A auf. Er wird aus einem Chromnickelband von 1,1 mm Breite und 0,12 mm Dicke hergestellt.
Wie lang muss das Band sein?

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{U}{I} \quad R = \frac{U}{I} = \frac{230V}{2,17A} = 106\Omega$$

Ohmsches Gesetz

$$l = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{106\Omega \cdot 1,1\text{mm} \cdot 0,12\text{mm}}{1,1 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}} = 12,72\text{m}$$

Widerstand von Leitungen

Bei einphasigen Verbrauchern (AC und DC) besteht die Zuleitung aus Hin- und Rückleiter. Da beide Leiter «nacheinander» vom Strom durchflossen werden, ist der Leitungswiderstand doppelt so gross wie derjenige des Einzelleiters.

3. Eine 15 km lange Telefonleitung (bestehend aus Hin- und Rückleiter = Schlaufe) hat einen Durchmesser von 0,6 mm.
Wie gross ist der Widerstand der Leitung?

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{0,0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 15000\text{m}}{\frac{(0,6\text{mm})^2 \cdot \pi}{4}} = 928,4\Omega$$

1.7. Leitwert G und Leitfähigkeit γ

Der elektrische Widerstand gibt an, wie stark ein Strom gehemmt wird; der elektrische Leitwert gibt an, wie gut ein Strom geleitet wird. Der Leitwert G ist der reziproke Wert (Kehrwert) des Widerstandes.

Die Fähigkeit eines Stoffes, den elektrischen Strom zu leiten, nennt man seine elektrische Leitfähigkeit.

Die Leitfähigkeit γ ist der reziproke Wert (Kehrwert) des spezifischen Widerstandes.

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{Siemens} = S = \frac{1}{\Omega}$$

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \quad \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$$

1.8 Ohmsches Gesetz

Will man die elektrischen Vorgänge in einem einfachen Stromkreis, aber auch in komplizierten Schaltungen rechnerisch erfassen, muss man die Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung einerseits und vom Widerstand andererseits kennen.

Eine Serie von Messungen ergibt:

Der Strom wird um so grösser, je grösser die Spannung und je kleiner der Widerstand ist; dabei wächst I im gleichen Verhältnis wie U und im umgekehrten Verhältnis zu R oder anders ausgedrückt:

Die Stromstärke wächst proportional zur Spannung und umgekehrt proportional zum Widerstand.

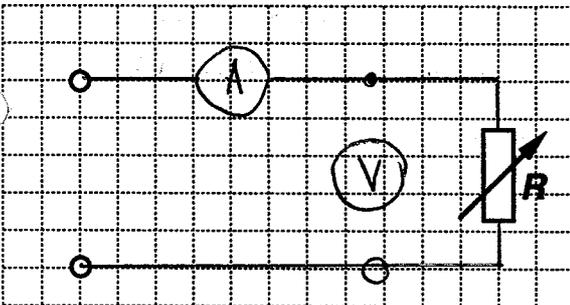
Daraus resultiert folgende Formel:

$$I = \frac{U}{R}$$

$$A = \frac{V}{\Omega}$$

$$U = R \cdot I$$

Messschaltung:



Beispiele:

- Ein Relais mit $40 \text{ k}\Omega$ Widerstand wird an 48 V Gleichspannung angeschlossen. Wie gross ist der Strom in der Spule?

$$I = \frac{U}{R} = \frac{48 \text{ V}}{40 \text{ k}\Omega} = 1,2 \text{ mA}$$

- Durch einen Konstantendraht mit $0,4 \text{ mm}^2$ Querschnitt und $0,5 \text{ m}$ Länge fließen $3,6 \text{ A}$. Wie gross ist die angelegte Spannung?

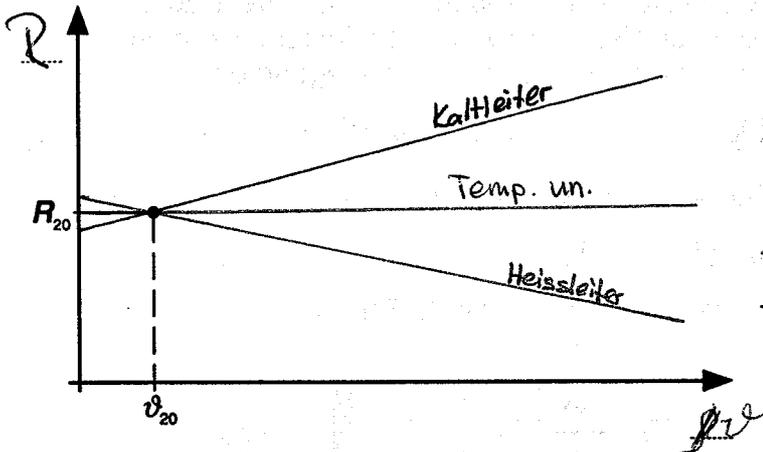
$$U = R \cdot I =$$

$$\hookrightarrow R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{0,5 \left[\frac{\Omega \cdot \text{m}}{\text{m}} \right] \cdot 0,5 [\text{m}]}{0,4 \text{ mm}^2} = 0,625 \Omega$$

$$U = 0,625 \Omega \cdot 3,6 \text{ A} = \underline{\underline{2,25 \text{ V}}}$$

1.10 Temperatureinfluss auf den Widerstand elektrischer Leiter

1.10.1 Verhalten verschiedener Materialgruppen



Versuche zeigen, dass bei Erwärmung oder Abkühlung der Widerstand bei den meisten Materialien nicht konstant bleibt. Bei zunehmender Temperatur wird der Widerstand

- beim Kaltleiter grösser
- beim Heissleiter kleiner
- beim Temp. un. Leiter praktisch gleich.

Leiterarten

Beim **Kaltleiter** steigt der Widerstand mit der Temperatur

Metalleiter

Die Widerstandszunahme ist weitgehend linear und lässt sich mit dem Temperaturkoeffizient α berechnen.

spez. Halbleitermaterialien (PTC)

springhafte R-Änderung

Die Widerstandsänderung ist nicht linear. Sie muss einem Datenblatt oder einer Kennlinie entnommen werden.

Beispiele und Anwendungen

Leitungen, Wicklungen

Die Widerstandszunahme ist nicht speziell erwünscht.

Steuer- und Regleinrichtung

(einfache Elektronik)

Eine grosse Widerstandszunahme ist erwünscht.

«Temperaturunabhängige» Leiter

Cu-Ni-Mn-Legierungen

z.B. konstant an

Der Temperaturkoeffizient α ist praktisch null.

Messtechnik

Messwiderstände

Präzisionswiderstände

Heissleiter nennt man Stoffe, die bei höherer Temperatur besser leiten.

Halbleitermaterialien der

Elektronik

(einige Isolierstoffe)

Die Widerstandsänderung ist nur teilweise linear, d.h. berechenbar, sie muss einer Kennlinie entnommen werden.

Steuer- und Regleinrichtungen

(einfache Elektronik)

Bei vielen Bauteilen ist die Widerstandsänderung nicht speziell erwünscht, z.B.

Transistoren

1.11. Berechnung der Widerstandsänderung

Bei den Leitermaterialien mit *linearer* Temperaturzunahme oder -abnahme lässt sich die Widerstandsänderung mit dem **Temperaturkoeffizienten α** (Materialfaktor) berechnen.

Der Temperaturkoeffizient α entspricht der Widerstandsänderung des Leiters von 1Ω bei einer Temperaturänderung von 1 K bei 20°C

Der Temperaturkoeffizient α beträgt z.B. für

Aluminium $0,004$ $1/\text{K}$

Blei $0,0038$ $1/\text{K}$

Kupfer $0,004$ $1/\text{K}$

Konstantan ≈ 0 $1/\text{K}$

Kohle $-0,0003$ $1/\text{K}$

Wolfram $0,0051$ $1/\text{K}$

Für die Berechnung der Widerstandsänderung gelten folgende Formeln:

$$\Delta R = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta \vartheta$$

$$R_w = R_{20} + \Delta R$$

ΔR = Widerstandsänderung
⚠ Vorzeichen beachten

R_{20} = Kaltwiderstand

R_w = Warmwiderstand

α = Temperaturkoeffizienten
⚠ Vorzeichen beachten

$\Delta \vartheta$ = Temperaturdifferenz
⚠ Vorzeichen beachten

= Ende minus Anfangstemperatur

= $\vartheta_E - \vartheta_A$

$$\Delta R = R_w - R_{20}$$

$$R_{20} = R_w - \Delta R$$

$$R_{20} = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot \Delta \vartheta}$$

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \Delta \vartheta}$$

$$\Delta \vartheta = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha}$$

Für die Berechnung des Kaltwiderstandes wird in Ausnahmefällen folgende Formel verwendet:

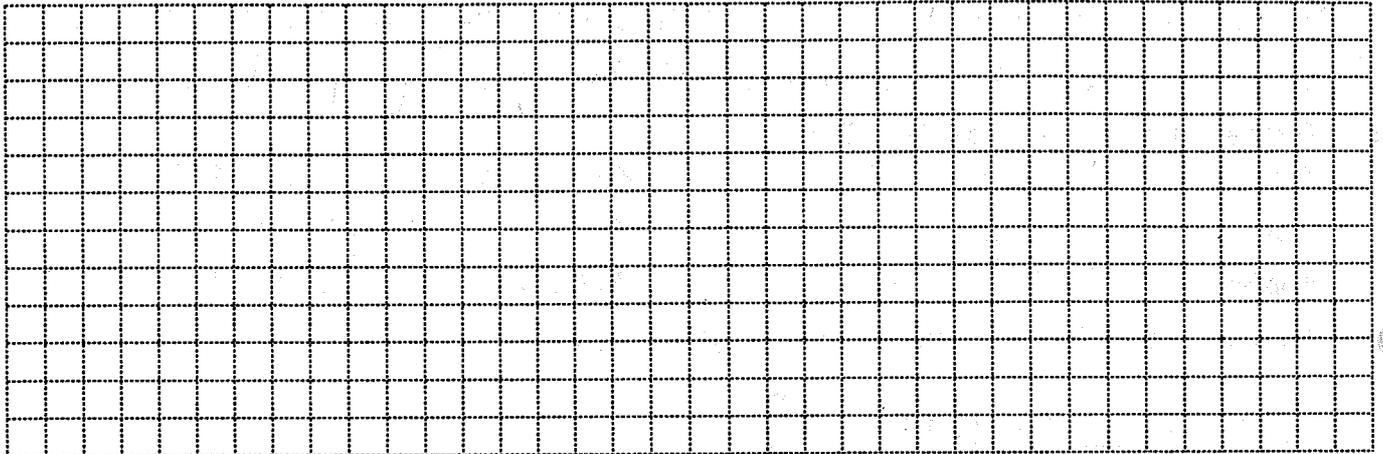
$$R_{20} = \frac{R_w}{(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)}$$

Klammer unbedingt beachten

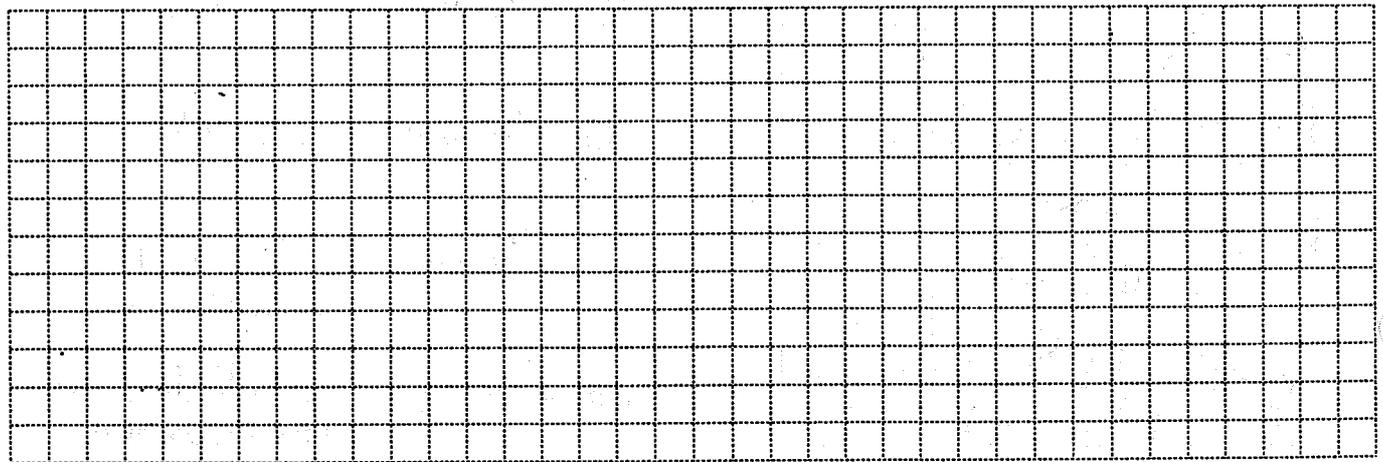
Bei vielen **Halbleitermaterialien** ist die Widerstandsänderung nicht linear, Sie muss einem Datenblatt oder einer Kennlinie entnommen werden.

Beispiele zu «Temperatureinfluss auf den Widerstand»:

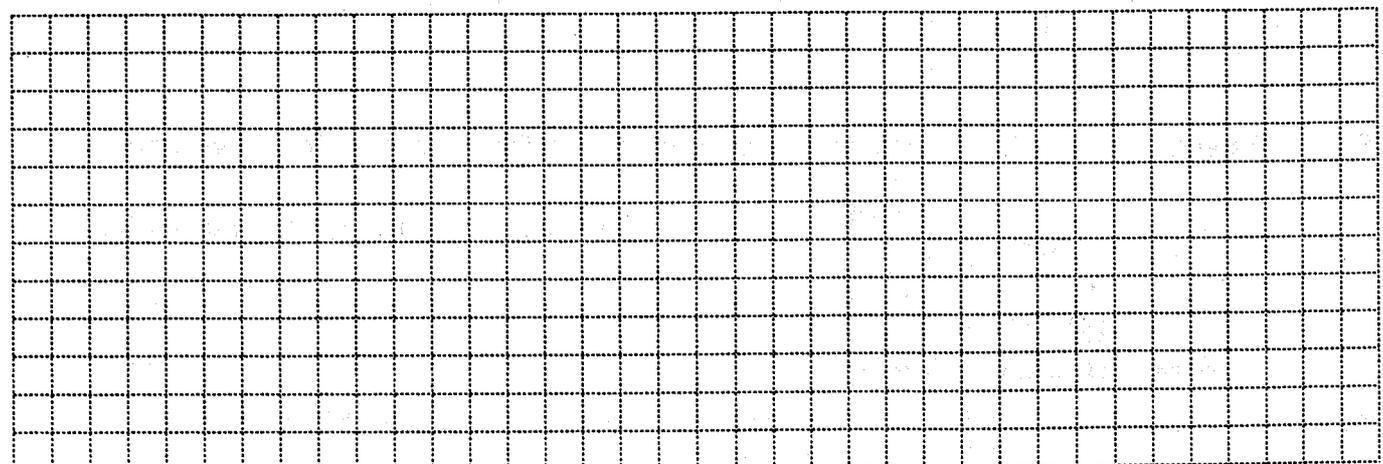
1. Eine Spule hat bei 20 °C einen Widerstand von 50 Ω.
Wie gross ist der Widerstand bei der Betriebstemperatur 80 °C?



2. Eine Motorwicklung hat im kalten Zustand (18 °C) 3,45 Ω, bei Betriebstemperatur 4,55 Ω
Widerstand.
Wie hoch ist die Betriebstemperatur der Kupferwicklung?



3. Eine Kupferspule hat bei 80 °C den Widerstand 130 Ω.
Wie gross ist der Kaltwiderstand?



Aufgaben \Rightarrow Berechnung von Widerständen

1. Welchen Gleichstromwiderstand hat eine Telefonleitung aus Kupfer von 4,5 km Länge und 4 mm Durchmesser?
2. Eine Spule besteht aus 500 Windungen Aluminiumdraht von 0,5 mm Durchmesser. Wie gross ist der Widerstand bei einer mittleren Windungslänge von 4 cm?
3. Der Heizleiter eines elektrischen Kochers besteht aus 10 m Chromnickeldraht von 0,45 mm Durchmesser ($\rho = 1,1 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$). Wie gross ist der Widerstand?
4. Zwischen zwei Metallplatten liegt eine 0,1 mm dicke PVC-Folie ($\rho = 10^{11} \Omega \text{cm}$) von 12 cm \times 15 cm. Wie gross ist deren Widerstand?

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} = \frac{10^{11} \Omega \text{cm} \cdot 10^{-4} \text{m}}{0,12 \text{m} \cdot 0,15 \text{m}} = 556 \text{M}\Omega$$
5. Wieviel Meter Kupferdraht enthält eine Spule, die bei 1 mm² Drahtquerschnitt einen Widerstand von 6 Ω besitzt?
6. Welchen Durchmesser hat eine 1000 m lange Freileitung aus Kupfer, deren Widerstand 1,804 Ω beträgt?
7. Welchen spezifischen Widerstand in Ωm und welche Leitfähigkeit in S/m hat eine Flüssigkeit, die zwischen zwei im Abstand von 6 mm befindlichen Elektroden von 6 cm \times 6 cm einen Widerstand von 0,02 Ω aufweist?

$$\rho = \frac{R \cdot A}{L} = \frac{0,02 \Omega \cdot 0,06 \text{m} \cdot 0,06 \text{m}}{6 \cdot 10^{-3} \text{m}} = 0,012 \Omega \text{m}$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{0,012 \Omega \text{m}} = 83,33 \frac{\text{S}}{\text{m}}$$

Lösungen:

- 1.) 6,36 Ω
- 2.) 2,96 Ω
- 3.) 69,2 Ω

- 4.) 556 M Ω
- 5.) 337 m
- 6.) 3,54 mm

- 7.) $\rho = 1,2 \cdot 10^{-2} \Omega \text{m}$
 $\sigma = 83,3 \text{ S/m}$

Aufgaben \Rightarrow Strom, Spannung und Widerstand

1. Welcher Strom fließt durch ein elektrisches Bügeleisen von $80\ \Omega$ bei einer Spannung von 220 V ?
2. Ein Stellwiderstand von $500\ \Omega$ liegt an einer Spannung von $4,5\text{ V}$. Welches ist die kleinstmögliche Stromstärke?
3. Welcher Strom fließt durch eine Spule mit 500 m Kupferdraht von $0,5\text{ mm}$ Durchmesser bei einer angelegten Spannung von 6 V ?
4. Welchen Widerstand müssen die an 220 V angeschlossenen Geräte eines Haushalts mindestens haben, wenn die Anlage durch eine 6 A -Sicherung geschützt ist?
5. Der Endausschlag eines Spannungsmessers soll 300 V bei einem Strom von $0,1\text{ A}$ anzeigen. Wie gross muss sein Widerstand sein?
6. Ein Strommesser hat einen Widerstand von $0,05\ \Omega$ und zeigt im Endausschlag 6 A an. Wie gross ist die Klemmenspannung des Instruments?
7. Erhöht man die an einem Verbraucher liegende Spannung um 20 V , so nimmt die Stromstärke um 8% zu. Wie gross ist die ursprüngliche Spannung?

Lösung: 1.) $2,75\text{ A}$
2.) 9 mA
3.) $0,22\text{ A}$

4.) $36,7\ \Omega$
5.) $3000\ \Omega$
6.) 180 mV

7.) 250 V

Aufgaben \Rightarrow Widerstand und Temperatur

Hinweis: Der Widerstand der meisten metallischen Leiter nimmt mit steigender Temperatur zu. Die angegebenen Formeln gelten nur näherungsweise.

1. Die Wicklung eines Elektromotors hat bei 20°C einen Widerstand von $500\ \Omega$ ($\alpha = 0,0038\ \frac{1}{\text{K}}$). Welchen Widerstand hat sie im Betrieb bei 62°C ?

2. Bei welcher Temperatur verdoppelt sich der Widerstand eines Kupferdrahtes ($\alpha = 0,0038\ \frac{1}{\text{K}}$)? (Vergleichstemperatur 20°C)

$$R_{20} = R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow R = 2R_0 \Rightarrow 2 = 1 + \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0,0038} = 263,16^\circ\text{C} \Rightarrow T = 283^\circ\text{C}$$

3. Welche Temperatur hat ein Heizkörper, wenn er bei 20°C einen Strom von $2,9\ \text{A}$ und im Betrieb $0,5\ \text{A}$ aufnimmt? Betriebsspannung $220\ \text{V}$ ($\alpha = 0,004\ \frac{1}{\text{K}}$)

$$R_{20} = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{2,9\ \text{A}} = 75,86\ \Omega \quad R_T = \frac{U}{I} = \frac{220\ \text{V}}{0,5\ \text{A}} = 440\ \Omega$$

$$\Delta T = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \alpha} = \frac{440\ \Omega - 75,86\ \Omega}{75,86\ \Omega \cdot 0,004\ \frac{1}{\text{K}}} = 1200^\circ\text{C}$$

4. Der Widerstand einer Telegraphenleitung ($\alpha = 0,0038\ \frac{1}{\text{K}}$) ist bei 8°C $1,5\ \Omega$. Bei welcher Temperatur beträgt dieser $1,55\ \Omega$?

$$R_{20} = R_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow 1,55\ \Omega = 1,5\ \Omega (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow \Delta T = \frac{1,55 - 1,5}{1,5 \cdot 0,0038} = 16,5^\circ\text{C}$$

5. Zur Feststellung des Temperaturkoeffizienten wird ein Draht in einem Ölbad um $80\ \text{K}$ erwärmt. Dabei nimmt sein Widerstand um 5% zu. Welchen Wert hat der Temperaturkoeffizient?

$$\Delta R = 5\% \cdot R_{20} = 0,05 \cdot R_{20} = R_{20} \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{0,05}{\Delta T} = \frac{0,05}{80\ \text{K}} = 0,000625\ \frac{1}{\text{K}}$$

6. Auf wieviel Grad Celsius steigt die Temperatur eines Silberdrahtes ($\alpha = 0,0038\ \frac{1}{\text{K}}$) von anfänglich 120°C , wenn sein Widerstand um 20% zunimmt?

$$\Delta R = \frac{R_T - R_{20}}{R_{20}} = \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{0,2}{0,0038} = 52,63^\circ\text{C}$$

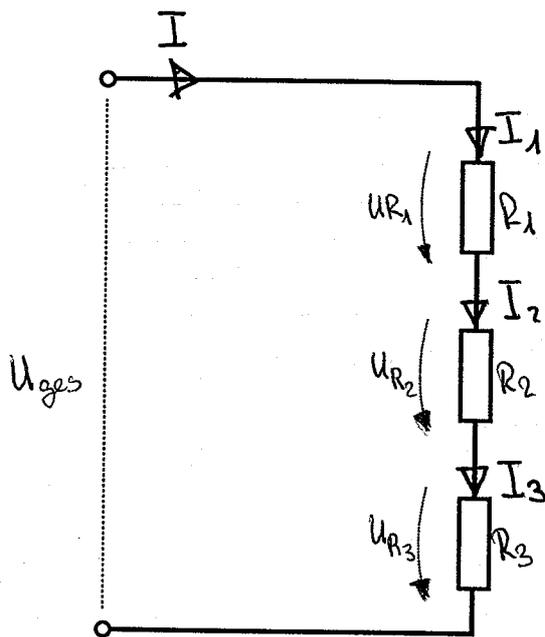
Lösungen: 1.) $580\ \Omega$
2.) 283°C
3.) 1220°C

4.) $16,8^\circ\text{C}$
5.) $6,25 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{\text{K}}$
6.) 173°C

1.12 Schaltung von Widerständen

Serieschaltung

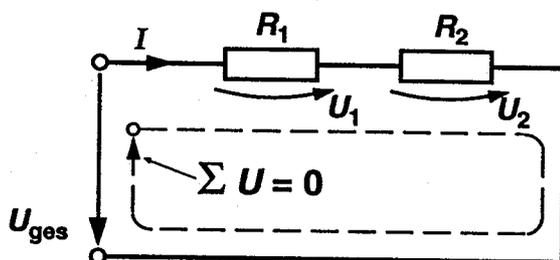
Grundgesetze



Merke:

- In jedem Widerstand fließt derselbe Strom.
- Die angelegte Spannung verteilt sich vollständig auf die Teilwiderstände.
- Der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe der Teilwiderstände.

Der Maschensatz



$$\sum U = \sum I \cdot R - U_{ges} = 0$$

Bei der Serieschaltung (Reihenschaltung) sind alle Widerstände oder Verbraucher hintereinander geschaltet.

Der Gesamtwiderstand ist immer grösser als der grösste Einzelwiderstand, er ist gleich der Summe der Teilwiderstände.

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$

Der Strom richtet sich gemäss dem Ohmschen Gesetz nach dem Gesamtwiderstand und der angelegten Spannung. Er ist an allen Stellen in der Schaltung gleich gross.

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}$$

Die Summe der Teilspannungen an den Widerständen ist gleich der Gesamtspannung.

$$U_{ges} = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3}$$

Die Teilspannungen verhalten sich wie die zugehörigen Widerstände. Am grössten Widerstand liegt bei der Serieschaltung die grösste Spannung.

Das 2. Kirchhoffsche Gesetz oder der Maschensatz umschreibt das Gleichgewicht der Spannungen in einem geschlossenen Stromkreis. Die Abbildung zeigt, dass unter Berücksichtigung des Vorzeichens die Summe aller Spannungen der «Masche» gleich Null ist.

In jedem geschlossenen Stromkreis ist die Summe aller erzeugten Spannungen gleich der Summe aller «verbrauchten» Spannungen.

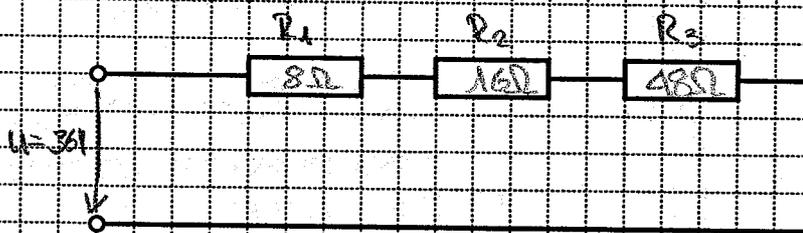
Die Regeln des Maschensatzes werden in diesem Lehrgang nicht direkt weiterverfolgt. Sie dienen unter anderem in umfangreichen gemischten Schaltungen zur Bildung von Gleichungssystemen (Matrixrechnung).

Beispiel zu «Serieschaltung»:

Drei Widerstände zu $8\ \Omega$, $16\ \Omega$ und $48\ \Omega$ liegen in Serie an einer Spannung von $36\ \text{V}$.

Wie gross sind

- der Gesamtwiderstand,
- der Strom,
- die Teilspannungen?
- Zeichnen Sie den Potentialverlauf in der Schaltung grafisch auf.



$$R_1 + R_2 + R_3 = 72\ \Omega$$

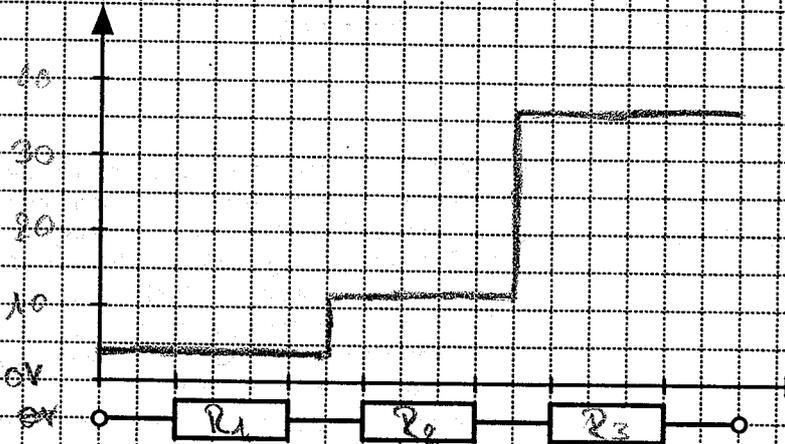
$$I = \frac{U}{R} = 0,5\ \text{A}$$

$$U_1 = I \cdot R_1 = 0,5\ \text{A} \cdot 8\ \Omega = 4\ \text{V}$$

$$U_2 = 8\ \text{V}$$

$$U_3 = 24\ \text{V}$$

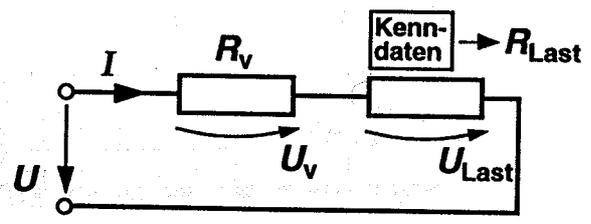
d)



1.13 Der Vorwiderstand

Soll ein Verbraucher nur eine Teilspannung erhalten oder weniger als die Nennleistung erbringen, schaltet man ihm einen Widerstand vor.

Sobald die Spannung am Verbraucher nicht der Nennspannung entspricht, verändert sich auch der Strom – und damit die Leistung im Quadrat. Die Kenndaten des Verbrauchers (Nennspannung und Nennleistung) gelten jetzt nicht mehr.



Der Lastwiderstand ist konstant, er wird aus den Kenn-daten U_N und P_N berechnet

Ein Vorwiderstand reduziert die Spannung am Verbraucher

Als Vorwiderstände kann man auch verstellbare Widerstände (z.B. Potentiometer) einsetzen; die Spannung am Verbraucher lässt sich jedoch bei dieser Schaltung nicht bis Null reduzieren.

Beispiele:

- Ein Lötkolben, der für 110 V gebaut ist und bei dieser Spannung einen Strom von 1,2 A aufnimmt, soll über einen Vorwiderstand an 230 V betrieben werden. Wie gross muss der Vorwiderstand sein?

$U_{Rv} = U - 110V = 230V - 110V = 120V$
 $R_v = \frac{120V}{1,2} = 100\Omega$
 $R_L = \frac{110V}{1,2} = 91,67\Omega$

- Eine 60-W-Glühlampe für 230 V wird über einen Vorwiderstand an 230 V angeschlossen.
 - In welchen Grenzen kann die Lampenspannung variiert werden, wenn der Vorwiderstand zwischen 0 Ω und 1 k Ω verstellt werden kann?
 - Wie gross ist die minimale Lampenleistung?

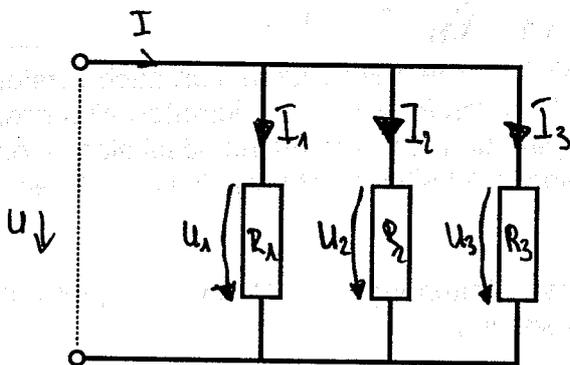
a)

$R_L = \frac{P}{I^2} \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{60}{230} = 0,26A$
 $R = \frac{U}{I} = \frac{220V}{0,26A} = 884\Omega$
 $I = \frac{U}{R} = \frac{220V}{1,884k\Omega} = 0,12A$ (aus $P_L = I^2 \cdot R_L$)
 $U_L = R_L \cdot I = 884\Omega \cdot 0,12A = 107,9V$ (I in Bereich)
 Zwischen 107,9V und 230V
 $P_L = U_L \cdot I = 107,9V \cdot 0,122A = 13,16W$

1 Parallelschaltung

1.44 Grundgesetze

Bei der Parallelschaltung liegen die Widerstände oder Verbraucher an derselben Spannung, da sie alle mit den gleichen zwei Anschlusspunkten (Klemmen) verbunden sind.



$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1$$

Merke:

- alle Widerstände liegen an der selben Spannung
- der Gesamtstrom ist die Summe der Teilströme
- der Gesamtwiderstand ist kleiner als der kleinste Teilwiderstand
- wenn „n“ gleiche Widerstände parallel geschaltet, ist R_{tot} der „n“-teile des Einzelwiderstandes

Die Verbraucher werden unabhängig voneinander parallel an dieselbe Spannungsquelle oder an ein Verteilnetz angeschlossen.

Parallele Widerstände können jederzeit zu- und weggeschaltet werden, ohne die andern Verbraucher zu beeinflussen.

Die Teilströme richten sich nach den Teilwiderständen (Ohmsches Gesetz). Der Gesamtstrom ist die Summe der Teilströme:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

An jedem Widerstand liegt die Gesamtspannung.

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

Der Gesamtwiderstand ist immer kleiner als der kleinste Einzelwiderstand. Es gilt die Beziehung:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Daraus resultiert die Formel:

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Für zwei Widerstände kann die Formel umgestellt werden:

$$R_{\text{tot}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Diese Formel ist vorteilhaft, wenn für die Lösung kein Elektronenrechner zur Verfügung steht.

Beispiele: Reihenschaltung (Vorschaltwiderstand + Spannungsteilung)

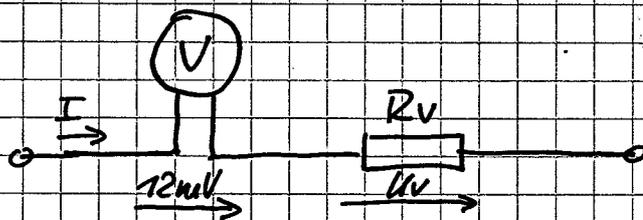
1.) Die 125V-Lampe eines Projektionsapparates mit der Stromstärke $I = 3,5 \text{ A}$ soll an die Spannung 220V angeschlossen werden. Hierzu ist ein Vorschaltwiderstand aus Konstantandradt ($\rho = 0,5 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$) zu wickeln. Wieviel Draht von 1mm Durchmesser ist hierzu erforderlich?

2.) Ein Messinstrument, dessen Zeiger bei 5mA voll ausschlägt, wenn am System die Spannung $U_i = 12 \text{ mV}$ liegt, soll als Spannungsmesser für die Messbereiche 15mV, 150mV, 1,5V und 15V verwendet werden.

a) Wie groß ist der innere Widerstand des Instrumentes?

b) Welche Vorschaltwiderstände sind herzurichten?

c) Welches sind die jeweiligen Gesamtwiderstände?



3.) Vier Widerstände von 100Ω , 200Ω , 300Ω und 400Ω sind in Reihe geschaltet an eine Spannung von 125V angeschlossen.

Welche 10 verschiedenen Spannungen kann man zwischen je 2 Verbindungsstellen abgreifen?

Zeichne die Spannungen in ein Schaltschema ein.

1.) $l = 42,5 \text{ m}$

2.) a) $R = 2,4 \Omega$

b) $0,6 \Omega, 27,6 \Omega, 297,6 \Omega, 2997,6 \Omega$

c) $3 \Omega, 30 \Omega, 300 \Omega, 3000 \Omega$

⇒ Aufgaben: Parallelschaltung

Nr. 1 Gegeben: $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $U = 10 \text{ V}$

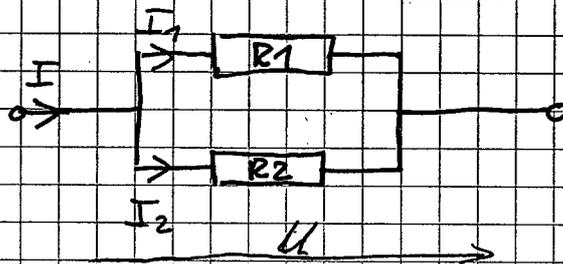
Gesucht: R , I_1 , I_2 , I (Schaltschema: Aufgabe 3)

Nr. 2 Gegeben: $I = 24,6 \text{ A}$, $R_1 = 1,85 \Omega$, $R_2 = 9,15 \Omega$

Gesucht: R , I_1 , I_2 , U (Schaltschema Aufgabe 3)

Nr. 3 Gegeben: $I = 5 \text{ mA}$, $R_1 = 150 \Omega$, $R = 80 \Omega$

Gesucht: U , R_2 , I_1 , I_2

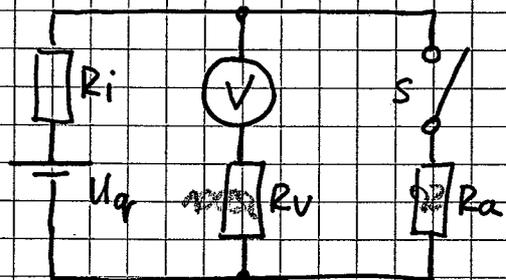


Schaltschema für Aufgabe 1-3

Nr. 4 Bei geöffnetem Schalter S

zeigt der Spannungsmesser die Spannung $U_1 = 58,8 \text{ V}$ und bei geschlossenem Schalter $U_2 = 53,6 \text{ V}$ an. Wie gross sind die

Quellenspannung U_q und der innere Widerstand R_i der Spannungsquelle, wenn der Innenwiderstand des Instrumentes $R_v = 100 \Omega$ und der Belastungswiderstand $R_a = 20 \Omega$ beträgt



Nr. 5 Zu einem Widerstand von $4,5 \Omega$ liegt parallel ein zweiter, der von $\frac{2}{5}$ des Gesamtstromes durchflossen wird. Wie gross ist dieser zweite Widerstand?

1) $R = 3,08 \Omega$
 $I_1 = 2 \text{ A}$, $I_2 = 1,25 \text{ A}$
 $I = 3,25 \text{ A}$

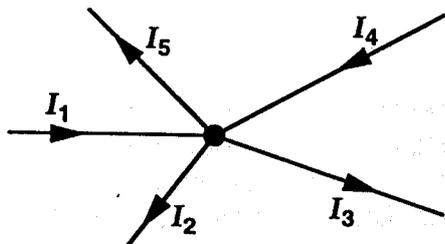
2) $R = 1,54 \Omega$
 $I_1 = 20,48 \text{ A}$, $I_2 = 4,14 \text{ A}$
 $U = 37,9 \text{ V}$

3) $U = 0,4 \text{ V}$
 $R_2 = 171,4 \Omega$
 $I_1 = 2,67 \text{ mA}$
 $I_2 = 2,33 \text{ mA}$

4) $U_q = 60 \text{ V}$
 $R_i = 1,98 \Omega$

5) $R_2 = 3 \Omega$

Der Knotenpunktsatz



$$\sum I = I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Das 1. Kirchhoffsche Gesetz (Knotenpunktsatz) besagt, dass in jedem Stromverzweigungspunkt die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der wegfließenden Ströme ist.

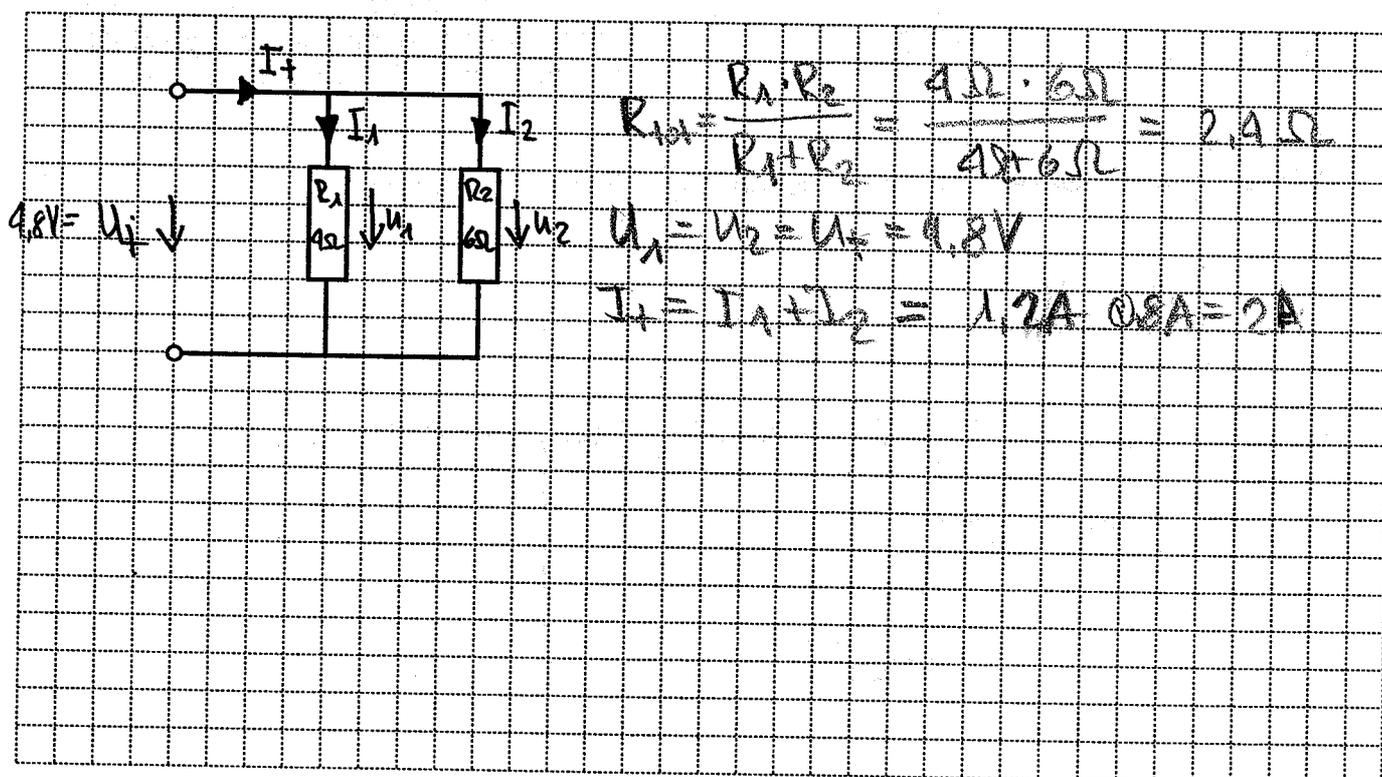
In einem Knoten ist die Summe aller Ströme jederzeit gleich Null!

Ströme, die auf einen Knotenpunkt zufließen, erhalten ein positives Vorzeichen, Ströme, die wegfließen, ein negatives.

Beispiele:

1. Zwei Widerstände zu 4Ω und 6Ω liegen parallel an $4,8 \text{ V}$.

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand sowie alle Spannungen und Ströme, und tragen Sie die Werte im Schema ein.



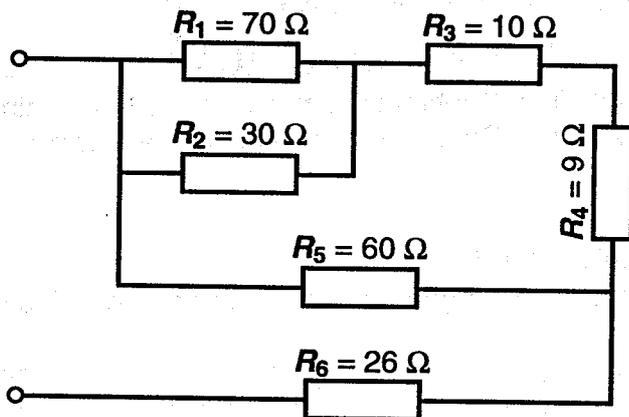
2. Drei gleiche Widerstände haben einen Gesamtwiderstand von 68Ω .
Wie gross ist der Einzelwiderstand?

$$68 \Omega = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 3 \cdot R_1 = 22,67 \Omega$$

Gemischte Schaltungen

Berechnung des Gesamtwiderstandes

Eine Kombination von Serie- und Parallelschaltungen nennt man gemischte Schaltung.



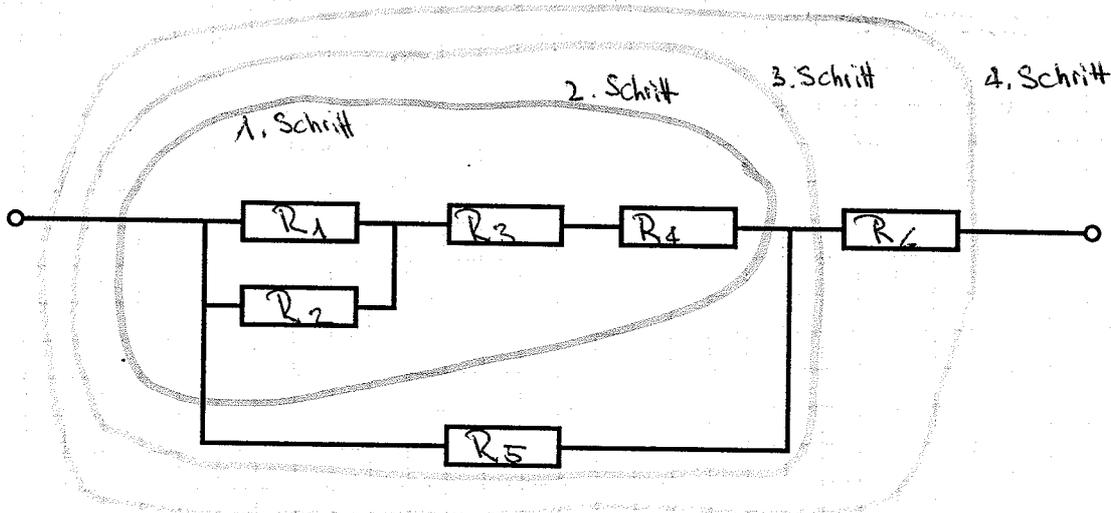
Durch schrittweises Ersetzen von reinen Serie- oder reinen Parallelschaltungen durch einen Ersatzwiderstand kann man den Gesamtwiderstand ermitteln. Dieser hat genau die gleichen Eigenschaften wie die ursprüngliche Schaltung.

Es können nur reine Parallel- oder Serienschaltungen in einem Schritt zusammengefasst werden.

Nach jedem Schritt kann man die Schaltung neu zeichnen, bis nur noch ein Widerstand übrig bleibt, oder die einzelnen Lösungsschritte können in einem Schema eingetragen werden.

Beispiel:

Wie gross ist der Gesamtwiderstand der oben gezeichneten Schaltung?



1. Schritt: Berechnung von $R_1 // R_2$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 21 \Omega$$

2. Schritt: Berechnung $R_{1,2,3,4}$

$$R_{1,4} = R_1 // R_2 + R_3 + R_4 = 40 \Omega$$

3. Schritt:

$$R_{1,5} = \frac{R_{1,4} \cdot R_5}{R_{1,4} + R_5} = 24 \Omega$$

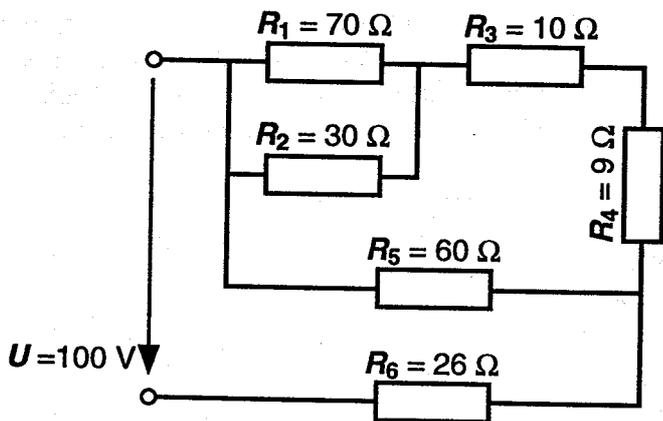
4. Schritt:

$$R_{1,6} = R_{1,5} + R_6 = 50 \Omega$$

Strom und Spannung in gemischten Schaltungen

Für den Gesamtwiderstand, für jeden einzelnen Widerstand, aber auch für jede Widerstandsgruppe gilt das Ohmsche Gesetz. Wenn von einem Widerstand oder von einer Widerstandsgruppe zwei der Größen *Spannung*, *Strom* oder *Widerstand* bekannt sind, kann die dritte Grösse berechnet werden.

Auch hier gilt bei Einzelwiderständen sowie bei Widerstandsgruppen (Schaltungselementen):



Meistens sind mehrere Lösungswege möglich.

Beispiele:

- Das obige Schema ist grösser und übersichtlicher zu zeichnen. Gesamtstrom sowie Spannung und Strom in jedem Widerstand sind zu berechnen und im Schema einzutragen.

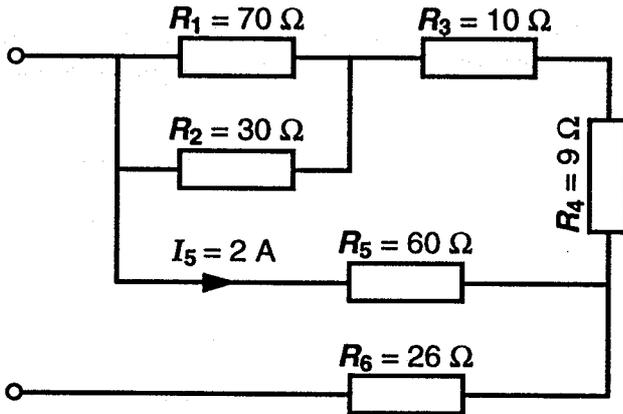
The diagram shows the same circuit as above but drawn on a grid. It includes labels for currents $I, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$ and voltages $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$ across the resistors. To the right of the diagram is a list of 11 tasks:

- 1.) R_{tot} b
- 2.) I b
- 3.) U_6 b 52V
- 4.) U_5 b 48V
- 5.) I_5 b 0,8A
- 6.) $I_{3,4}$ b 1,2A
- 7.) U_3 b 12V
- 8.) U_4 b 10,8V
- 9.) $U_{1,2}$ berechnen 28,2V
- 10.) I_1 b 0,36A
- 11.) I_2 b 0,84A

Below the diagram, the following values are written:

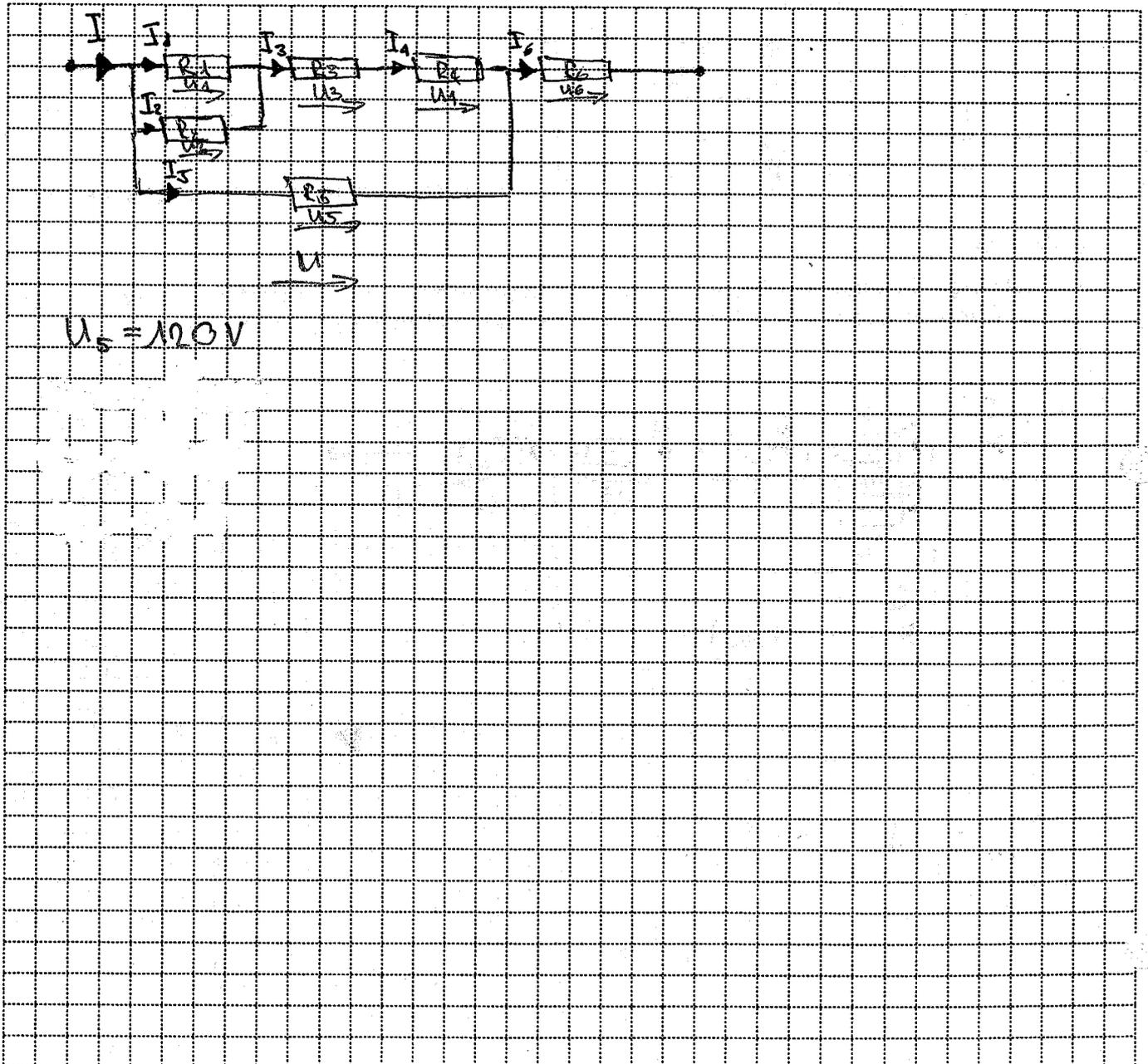
$I_{\text{tot}} = 2A, I_6 = 2A, I_5 =$
 $R_{\text{tot}} = 50\Omega$

2. Beispiel zu «Strom und Spannung in gemischten Schaltungen»:



In der bereits bekannten Schaltung ist nun der Strom im Widerstand R_5 gegeben. Das Schema ist grösser und übersichtlicher zu zeichnen.

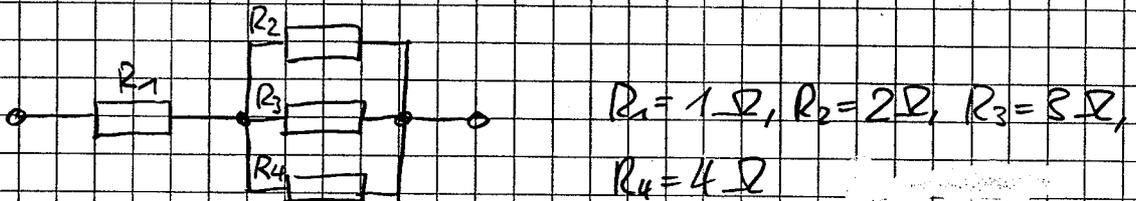
Spannung und Strom in jedem Widerstand sowie Gesamtspannung und Gesamtstrom die sind nach den «Grundsätzen» in diesem Kapitel zu berechnen und im Schema einzutragen.



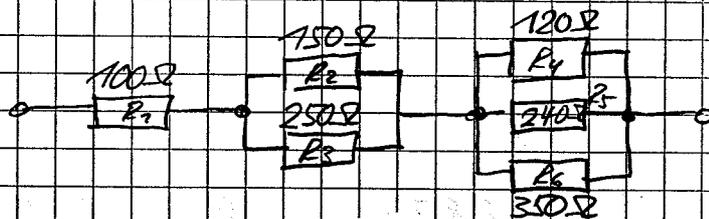
Aufgaben: Gemischte Schaltung von Widerständen

Berechnen Sie den Ersatzwiderstand der in den Schaltungen 1 bis 5 gezeichneten Widerstandskombinationen zwischen den jeweils angegebenen Anschlussklemmen:

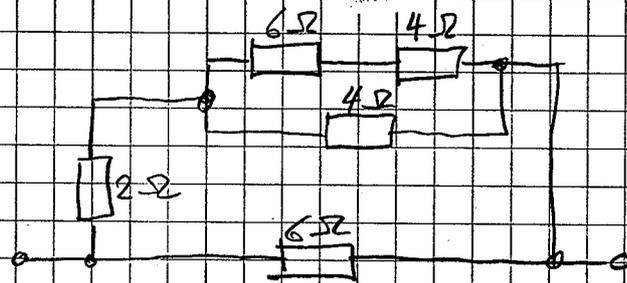
Nr. 1



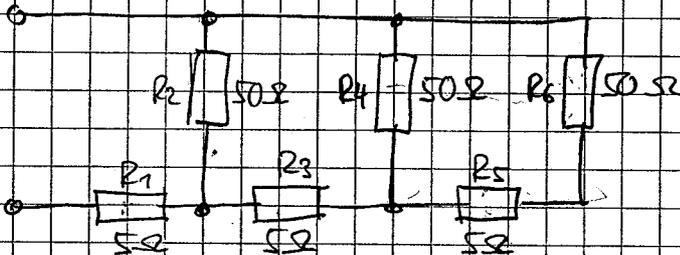
Nr. 2



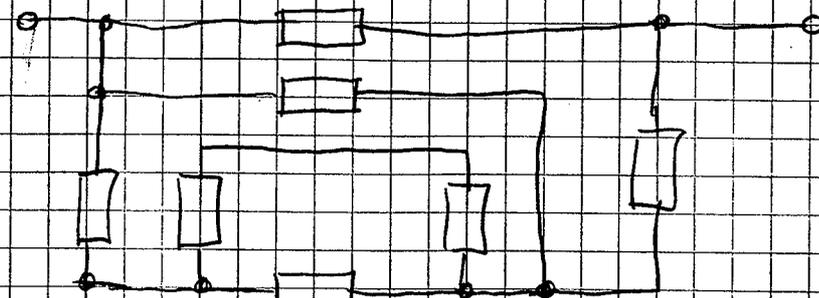
Nr. 3



Nr. 4



Nr. 5



Alle Widerstände je $5\ \Omega$!

Nr. 1: $1,92\ \Omega$

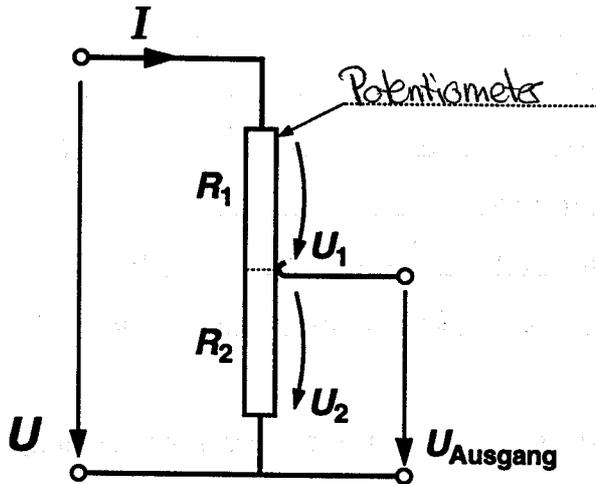
Nr. 3: $2,69\ \Omega$

Nr. 5: $3,1\ \Omega$

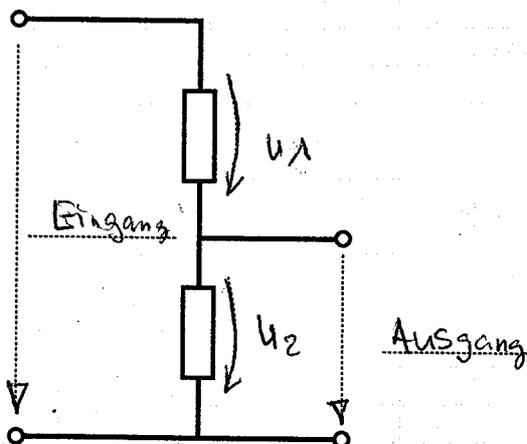
Nr. 2: $259,2\ \Omega$

Nr. 4: $24,2\ \Omega$

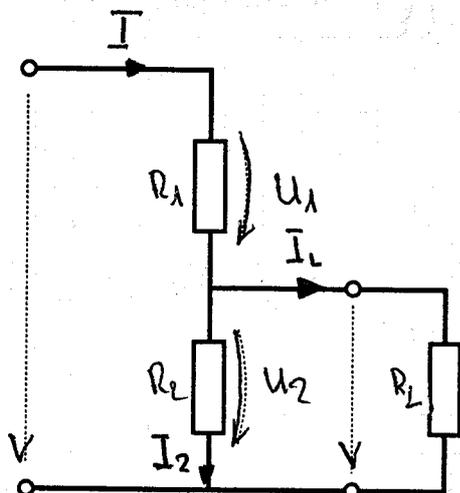
Der Spannungsteiler (Potentiometer)



Spannungsteiler mit verstellbarem Abgriff



Unbelasteter Spannungsteiler als «Vierpol»



Spannungsteiler, belastet mit einem Verbraucher

Oft ist es erwünscht, Spannung und Strom in einem elektrischen Apparat zu verändern, z.B. «Dimmen» einer Beleuchtung oder Verstellen der Drehzahl eines Gleichstrommotors.

Eine Möglichkeit, die Spannung eines Verbrauchers zu verringern, ist der Einsatz eines Spannungsteilers.

Der Spannungsteiler besteht aus zwei in serie geschalteten Widerständen oder aus einem Widerstand mit verstellbarem Abgriff (Pot-Meter)

An den beiden äusseren Anschlüssen liegt die Eingangsspannung, über den beiden Teilwiderständen können Teilspannungen abgegriffen werden. Der Verbraucher wird parallel zu einem der beiden Widerstände geschaltet.

Der eigentliche Spannungsteiler hat einen «Eingang» und einen «Ausgang» (Vierpol). Bei einem Spannungsteiler mit verstellbarem Abgriff kann man die Spannung von Null bis zur Gesamtspannung U variieren.

Unbelasteter Spannungsteiler

Am Ausgang wird kein Strom entnommen, die Spannungen verhalten sich proportional zu den Widerständen.

Der Spannungsteiler nimmt auch im unbelasteten Zustand Strom auf und verbraucht dadurch Leistung.

Belasteter Spannungsteiler

Parallel zum unteren Teilwiderstand wird ein Verbraucher geschaltet. Im Verbraucher fließt der Laststrom I_L , in R_2 fließt der sogenannte Querstrom I_2 und in R_1 die Summe der beiden ($I = I_2 + I_L$).

Bei Belastung des Spannungsteilers wird der Gesamtstrom grösser, weil durch die Parallelschaltung der Ges.widerstand kleiner wird.

Spannungsteiler werden mit Vorteil nach den allgemeinen Regeln der Widerstandsschaltungen berechnet.

Vorteile der Potentiometerschaltung:

- Die Verbraucherspannung kann mit geringem Aufwand beliebig verändert werden.
- Ausgangsspannung: von 0 bis Maximalspannung (U_1)

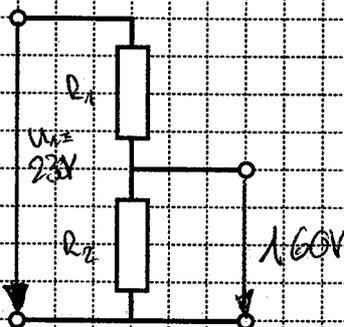
Nachteile der Potentiometerschaltung:

- Die Schaltung verbraucht auch im Leerlauf Leistung.
- Die Ausgangsspannung (U_2) ist lastabhängig.
- Der obere Teil der Schaltung muss für den Gesamtstrom ausgelegt sein!

Beispiel:

Ein 500- Ω -Schiebewiderstand liegt an 230 V und ist so eingestellt, dass die Ausgangsspannung im Leerlauf 160 V beträgt.

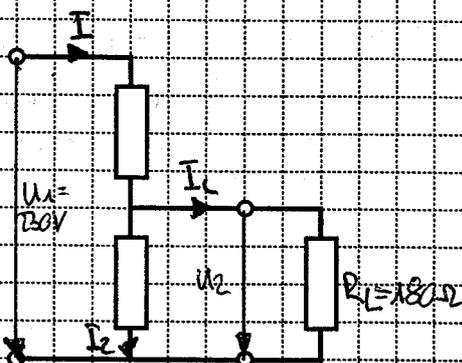
Wie gross ist die abgegriffene Spannung, wenn der Spannungsteiler zuerst mit einem 180- Ω -Widerstand und nachher mit einem 40- Ω -Widerstand belastet wird?



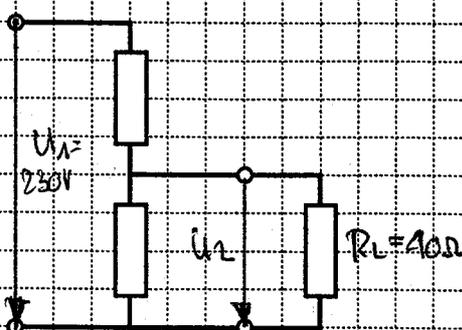
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_{\text{tot}}}{R_2}$$

$$\Rightarrow R_1 = 152 \Omega$$

$$R_2 = 348 \Omega$$

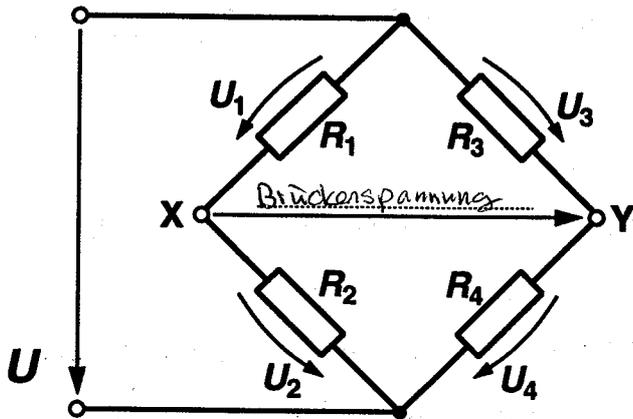


$$U_2 = \frac{R_L // R_2}{R_1 + R_L // R_2} \cdot U_1 = \underline{\underline{100,5 V}}$$



$$U_2 = \frac{R_L // R_2}{R_1 + R_L // R_2} \cdot U_1 = \underline{\underline{43,8 V}}$$

Die Brückenschaltung



Wenn die Brückenspannung Null ist, fließt auch kein Brückenstrom. Wir sprechen von einer **abgeglichenen Brücke**.

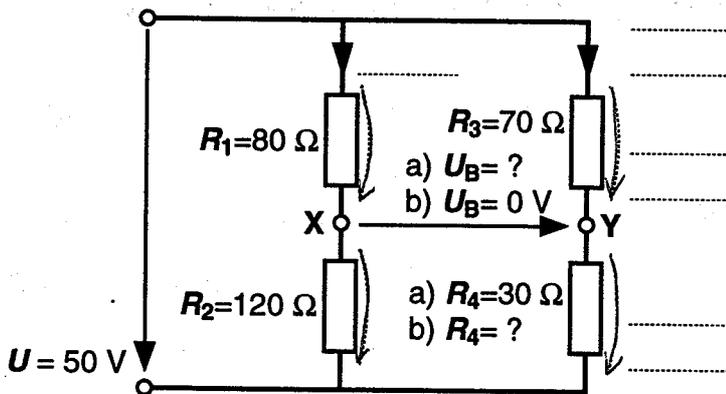
Bei der abgeglichenen Brücke ist das Widerstandsverhältnis in beiden Spannungsteilern ~~gleich~~ gleich.

Mit Hilfe einer abgeglichenen Brückenschaltung kann man einen unbekanntem Widerstand bestimmen, z.B. mit der «Wheatstoneschen Messbrücke». Ein Vorteil dieses Widerstandsmessgerätes ist, dass das Ergebnis der Messung unabhängig ist von der Quellenspannung U , weil das Verhältnis der Spannungsabfälle in den beiden Brückenzweigen immer gleichbleibt.

Neben der Messtechnik kommt die Brückenschaltung vor allem in der Steuer- und Regeltechnik zur Anwendung.

Die Potentialdifferenz zwischen den beiden «Abgriffen» X und Y heisst Brückenspannung. Besteht zwischen den beiden Punkten eine leitende Verbindung, fließt ein «Brückenstrom».

Beispiel:



Abgleichbedingung:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_3}{U_4} ; \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

- Wie gross ist in der nebenstehenden Schaltung die Brückenspannung U_B ?
- Wie gross müsste der Widerstand R_4 gewählt werden, damit die Brücke abgeglichen ist ($U_B = 0 \text{ V}$)?

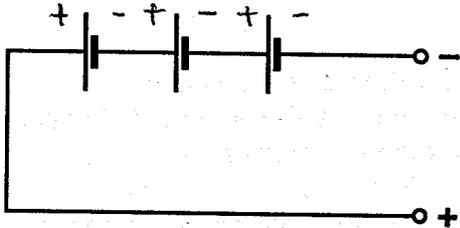
$$U_B = U_2 - U_4 \quad 30 + 15 = U_B = 45 \text{ V}$$

Schaltung von Elementen

Grundsätzlich gelten dieselben Regeln wie bei Widerstandschaltung

Serienschaltung

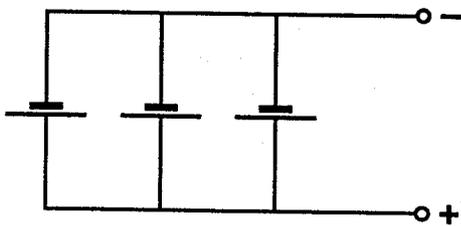
Die Plusklemmen werden mit den Minusklemmen verbunden:



- Die Spannungen und die inneren Widerstände summieren sich.
- Der Strom darf nicht grösser als derjenige des schwächsten Elementes sein!

Parallelschaltung

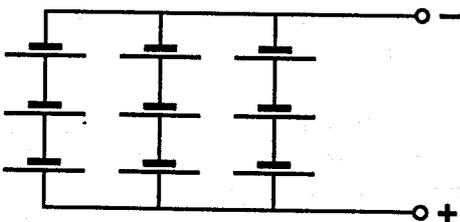
Die gleichgepolten Klemmen werden miteinander verbunden:



- Die Ströme summieren sich, der innere Widerstand wird kleiner
- Es dürfen nur Elemente mit der gleichen Spannung parallel geschaltet werden

Gemischte Schaltung

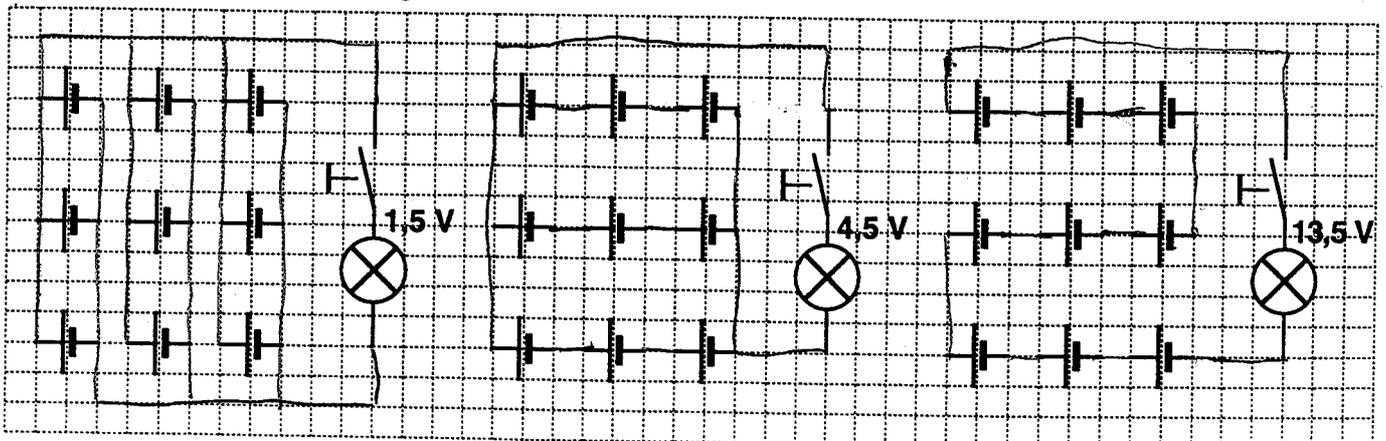
Wird eine Erhöhung der Gesamtspannung und der entnehmbaren Stromstärke angestrebt, wird serie- und parallelgeschaltet:



Spannung + Ströme summieren sich, der innere Widerstand wird verändert.

Beispiel:

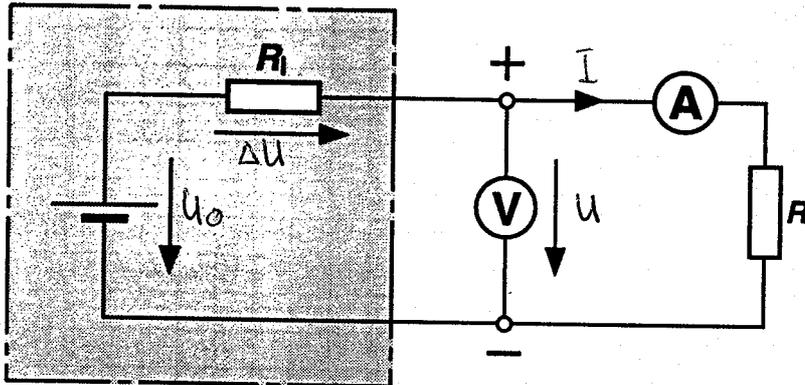
Alle neun Elemente mit einer Zellenspannung von je 1,5 V sind jeweils so zu schalten, dass die Lampe die richtige Spannung erhält.



Belastete Spannungsquellen

Unabhängig von der Erzeugungsart der Elektrizität verhält sich jede Spannungsquelle bei Belastung gleich:

Mit zunehmendem Laststrom sinkt die Quellenspannung.



Ersatzschaltung der Spannungsquelle

Dieses Verhalten lässt sich am besten mit einer Ersatzschaltung beschreiben. Man nimmt an, dass die eigentliche Quelle eine konstante Spannung liefert, die sogenannte Leerlaufspannung U_0 (auch Elektromotorische Kraft EMK genannt), dass aber ein Innenwiderstand R_i in Serie mit dieser Quelle geschaltet ist.

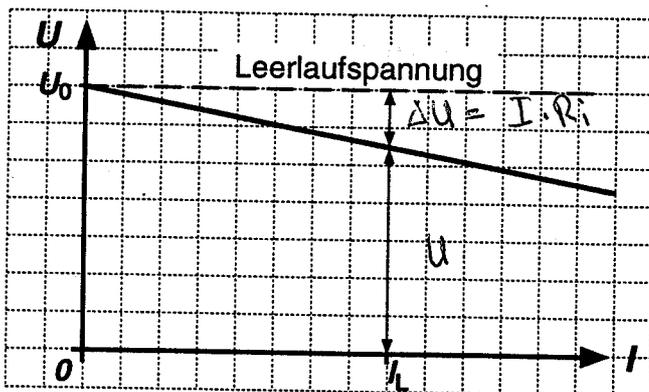
Im stromlosen Zustand tritt am Innenwiderstand kein Spannungsabfall auf. An den Klemmen der Quelle messen wir die Leerlaufspannung U_0 .

Klemmenspannung in Funktion des Belastungsstromes

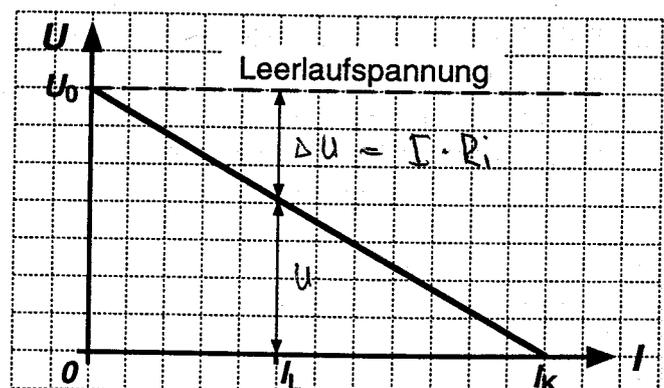
Mit zunehmender Belastung der Quelle steigt der Strom und damit auch der Spannungsabfall ΔU am Innenwiderstand. Die Klemmenspannung wird kleiner.

Bei kurzgeschlossenen Klemmen fällt die ganze Spannung am Innenwiderstand ab, der Kurzschlussstrom wird durch Leerlaufspannung und Innenwiderstand bestimmt.

Je nach Bauart wird die Quelle zerstört.



Quelle mit kleinem Innenwiderstand



Quelle mit hohem Innenwiderstand

Für die Berechnung gelten folgende Formeln:

Spannungsabfall:

$$\Delta U = I \cdot R_i$$

Klemmenspannung:

$$U = U_0 - I \cdot R_i$$

Laststrom:

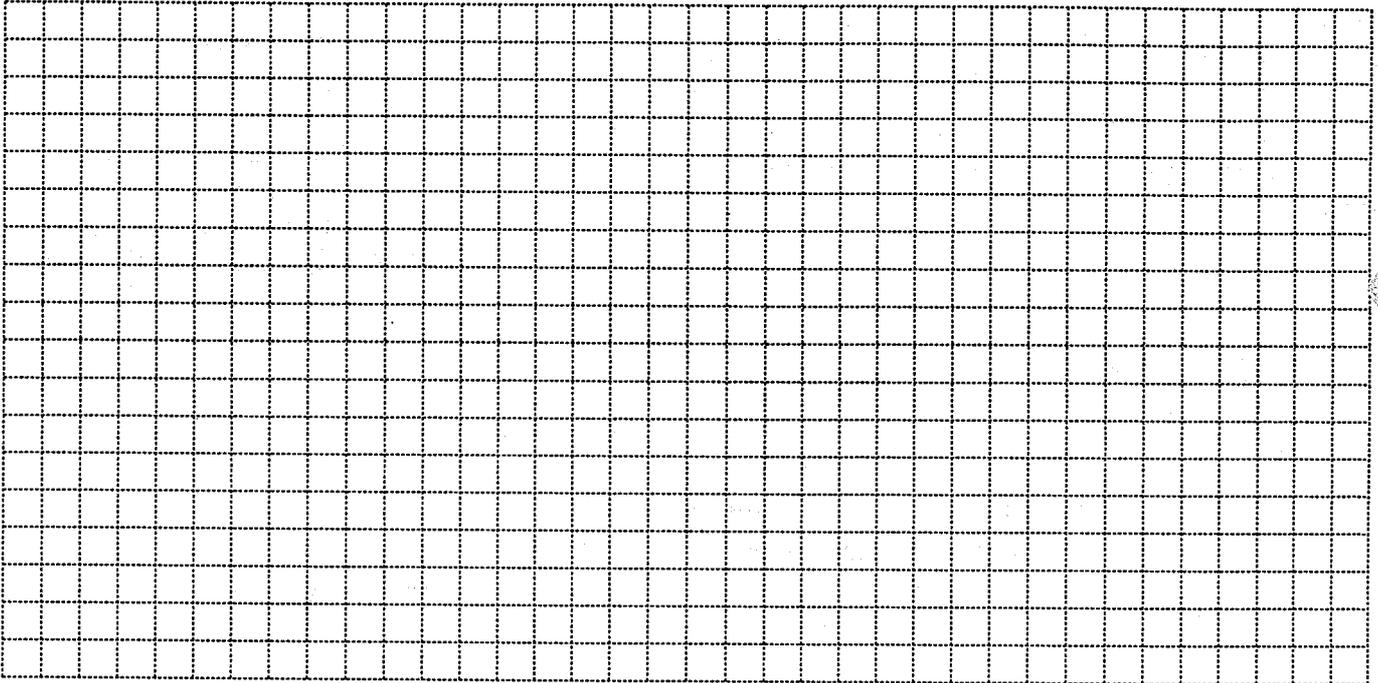
$$I_L = \frac{U_0}{R_i + R_L}$$

Kurzschlussstrom:

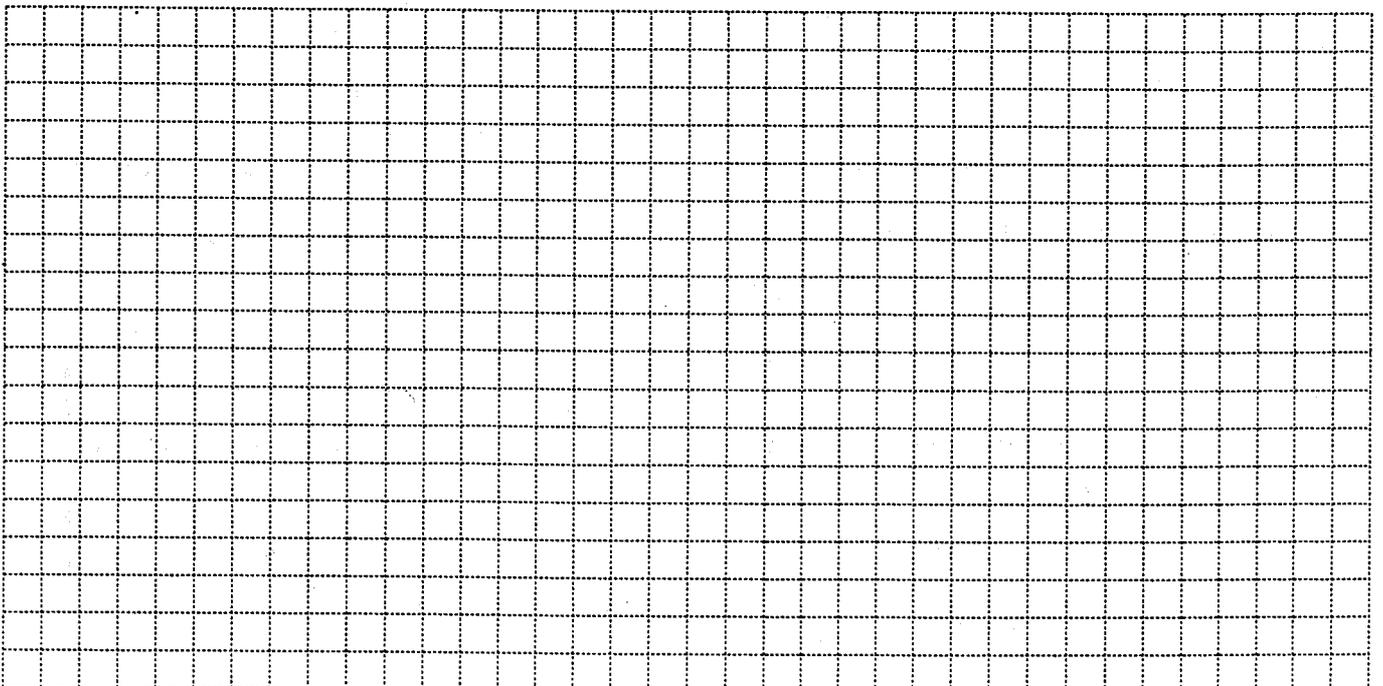
$$I_k = \frac{U_0}{R_i}$$

Beispiele zu «belastete Spannungsquellen»:

1. Ein 12-V-Akku hat einen Innenwiderstand von $62 \text{ m}\Omega$.
 - a) Wie gross ist der innere Spannungsabfall bei 26 A Belastung?
 - b) Welche Klemmenspannung misst man bei 43 A?
 - c) Wie gross ist der Kurzschlussstrom?



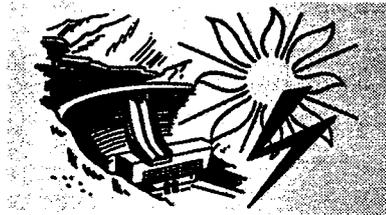
2. Bei einer 9-V-Batterie sinkt die Klemmenspannung bei 0,3 A Belastung auf 7,8 V.
 - a) Welchen Innenwiderstand hat die Batterie?
 - b) Welche Klemmenspannung misst man bei 1,3 A?
 - c) Wie gross wäre der Kurzschlussstrom?



Energieformen

Energie ist ein Ausdruck, der nicht nur in der Mechanik, sondern in der ganzen Physik verwendet wird.

Energie ist dem Begriff Arbeit absolut gleichzusetzen; allenfalls wird noch von gespeicherter Arbeit oder von Arbeitsvermögen gesprochen.



Wir unterscheiden folgende Energieformen:

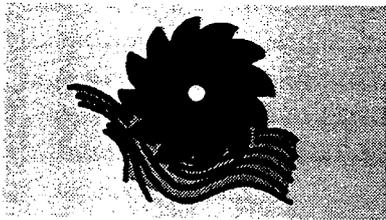
elektrische Energie

mechanische Energie

Wärme Energie

Strahlungsenergie

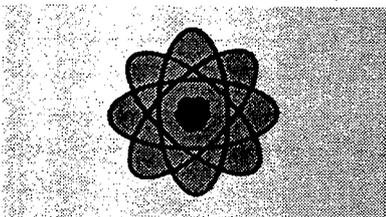
Chemische Energie



Mechanische Energie tritt in zwei Formen auf:

potentielle Energie

kinetische Energie



Als Energieträger bezeichnet man zum Beispiel

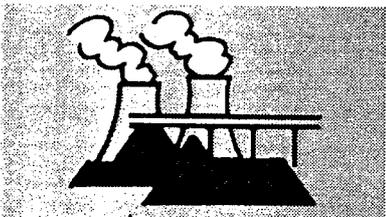
Wasserkraft

Erdöl, Benzin, andere Brennstoffe

Kernbrennstoff

Sonne

Wind



Energie kann weder aus dem Nichts geschaffen noch vernichtet werden. Dagegen wird bei den meisten physikalischen Vorgängen eine Energieform in eine andere überführt.

Beispiel:

Im Ova-Spin-Stausee sind 164 Millionen Kubikmeter Wasser gespeichert. Die mittlere Fallhöhe beträgt 611 m.

Wie gross ist die im See gespeicherte Energie (Angabe in Js und kWh)?

$$\begin{aligned}
 E_p &= m \cdot g \cdot h = 164 \text{ Mt} \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 611 \text{ m} = 983 \cdot 10^{12} \text{ Js} \\
 &= 983 \text{ TJs} \\
 &= 273 \text{ MWh}
 \end{aligned}$$

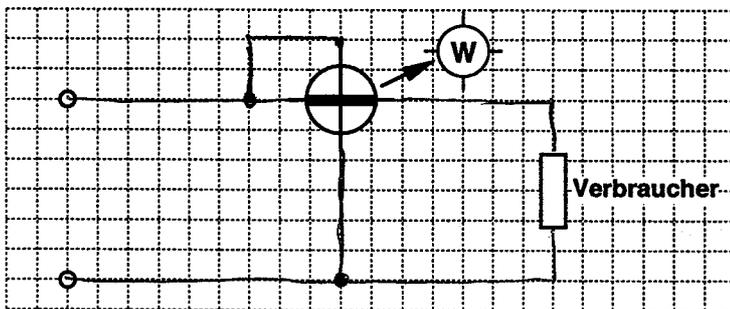
Die elektrische Leistung

Die elektrische Leistung verhält sich proportional zu Spannung und Strom. Sie ist ebenfalls Energie pro Zeiteinheit

$$P = U \cdot I$$

W

Die Spannung kann mit der Kraft in der Mechanik verglichen werden, der Strom ist die «Elektrizitätsmenge pro Sekunde»; daher ist die Zeit in der Leistungsformel nicht ersichtlich.



Die Leistung wird mit dem Wattmeter gemessen. Dieses Instrument besitzt je eine Spule für Spannung und Strom, die wie Volt- und Amperemeter geschaltet sind.

Beispiele:

1. Ein Tauchsieder für 230 V nimmt 3 A auf. Wie gross ist sein Anschlusswert (Leistungsaufnahme)?

$$P = U \cdot I = 230V \cdot 3A = \underline{\underline{690W}}$$

2. Ein 800-W-Strahler für 230 V hat eine Wicklung aus 0,5-mm-Chromnickeldraht. Wie gross ist
 a) die Stromaufnahme?
 b) der Widerstand des Heizkörpers?
 c) die Länge des Heizdrahtes?

$$a) I = \frac{P}{U} = \frac{800W}{230V} = \underline{\underline{3,478A}}$$

$$b) R = \frac{U}{I} = \frac{230V}{3,478A} = \underline{\underline{66,125\Omega}}$$

$$c) R = \frac{\rho \cdot L}{A} \Rightarrow L = \frac{R \cdot A}{\rho} = \frac{66,125\Omega \cdot 0,5\text{mm}^2}{1,1 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}} = \underline{\underline{11,8 \text{ m}}}$$

Kombination des Ohmschen Gesetzes mit der Leistungsgleichung

Je nach Problemstellung können in einem stromdurchflossenen Widerstand nicht alle Werte mit dem Ohmschen Gesetz ($U = R \cdot I$) oder mit der Leistungsgleichung ($P = U \cdot I$) gelöst werden. Die beiden Formeln müssen kombiniert werden:

$P = U \cdot I$ $\rightarrow I = \frac{U}{R}$ $= U \cdot \frac{U}{R}$ $= \frac{U^2}{R}$	$P = U \cdot I$ $\rightarrow U = R \cdot I$ $= R \cdot I \cdot I$ $P = I^2 \cdot R$
---	---

Daraus resultieren sechs neue Formeln:

$U = ?$
 $R = ?$
 $I = ?$
 $P = ?$

[U]

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$R = \frac{U^2}{P}$$

$$U = \sqrt{R \cdot P}$$

[I]

$$P = I^2 \cdot R$$

$$R = \frac{P}{I^2}$$

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

Beispiele:

1. Eine 1800-W-Kochplatte hat einen Widerstand von $88,9 \Omega$. Wie gross ist die Nennspannung?

$$U = \sqrt{R \cdot P} = \sqrt{88,9 \Omega \cdot 1800 \text{ W}} = 400 \text{ V}$$

Fortsetzung Beispiele:

2. Ein 1-k Ω -Widerstand darf mit maximal 0,5 W belastet werden. Welche höchstzulässige Spannung darf an den Widerstand gelegt werden?

$$U = \sqrt{R \cdot P} = \sqrt{1000 \Omega \cdot 0,5 \text{ W}} = 22,36 \text{ V}$$

3. Eine Leitung mit 0,85 Ω Widerstand wird mit 12 A belastet. Wie gross ist der Leistungsverlust in der Leitung?

$$P = I^2 \cdot R = 12 \text{ A}^2 \cdot 0,85 \Omega = 122,4 \text{ W}$$

Formelzusammenstellung

W =	$P \cdot t$	$U \cdot I \cdot t$			in kWh od. Ws
P =	$U \cdot I$	$\frac{U^2}{R}$	$I^2 \cdot R$	$\frac{W}{t}$	in W
U =	$R \cdot I$	$\frac{P}{I}$	$\sqrt{P \cdot R}$	$\frac{W}{I \cdot t}$	in V
I =	$\frac{U}{R}$	$\frac{P}{U}$	$\sqrt{\frac{P}{R}}$	$\frac{W}{U \cdot t}$	in A
R =	$\frac{U}{I}$	$\frac{W^2}{P}$	$\frac{P}{I^2}$		in Ω

Diese Formeln gelten nur für Gleichstrom und für einphasige ohmsche Verbraucher an Wechselstrom.

Aufgaben zu "Belastete Spannungsquellen"

1) Gegeben: $U_0 = 4V$, $R_i = 10\Omega$, $R_L = 60\Omega$
 Gesucht: I , ΔU , R_{gesamt} , U

2) Gegeben: $U_0 = 4V$, $U = 3,5V$, $I = 0,5A$
 Gesucht: ΔU , R_i , R_L , R_{gesamt}

3) Gegeben: $U_0 = 24V$, $R_L = 10\Omega$, $I = 1,5A$
 Gesucht: R_i , ΔU , U , R_{gesamt}

4) Weshalb kann in Aufgabe 3 der äussere Widerstand (R_L) beispielsweise nicht 40Ω betragen, wenn die übrigen Werte unverändert bleiben sollen?

5) Die Quellenspannung eines Bleiakkumulators ist $1,86V$, sein innerer Widerstand $R_i = 0,005\Omega$. 12 Zellen werden in Reihe geschaltet und erzeugen im Verbraucher einen Strom von $6,55A$. Wie gross sind die Klemmenspannung (U) und der Widerstand des Verbrauchers?

6) Beim Anschluss eines $4,5V/2W$ -Lämpchens beträgt die Klemmenspannung einer Taschenlampenbatterie $4,5V$. Welchen inneren Widerstand hat die Batterie bei einer Quellenspannung $U_0 = 4,5V$.

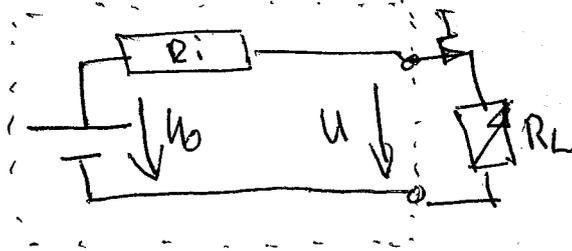
$$R_{\text{Lampe}} = \frac{(U_{\text{Lampe}})^2}{P_{\text{Lampe}}}$$

Nr. 1 $I = 0,057A$, $\Delta U = 0,57V$ $R_{\text{ges}} = 70\Omega$, $U = 3,42V$	Nr. 2 $\Delta U = 0,5V$, $R_i = 1\Omega$ $R_L = 7\Omega$, $R_{\text{ges}} = 8\Omega$	Nr. 3 $R_{\text{ges}} = 16\Omega$, $R_i = 6\Omega$ $\Delta U = 9V$, $U = 15V$	Nr. 4 Erklären!	Nr. 5. $R_L = 3,34\Omega$ $U \approx 21,9V$	Nr. 6 $R_i = 0,47\Omega$
---	--	---	--------------------	---	-----------------------------

Belastete Spannungsquelle:

Eine Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung $U_0 = 12V$ und dem Innerwiderstand $R_i = 2\Omega$ wird mit einem einstellbaren Lastwiderstand R_L belastet.

Wie gross ist die vom Lastwiderstand aufgenommene Leistung P_L in Abhängigkeit von R_L ?



Lösung:

$$U_0^2 \left(\frac{1}{R_i + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

$$P_L = I^2 \cdot R_L = \left. \begin{array}{l} I = \frac{U_0}{R_i + R_L} \\ R_L = \left(\frac{U_0}{R_i + R_L} \right)^2 \cdot R_L \end{array} \right\} = U_0^2 \cdot \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2} = 12V^2 \cdot \frac{R_L}{(2\Omega + R_L)^2}$$

$R_L [\Omega]$	1	2	3	4	5	6	7	
$P_L [W]$	16	18	17,2	16	14,7	13,5	12,4	

Aus dem Kurvenverlauf geht her^{vor}, dass die vom Lastwiderstand aufgenommene Leistung für $R_L = R_i = 2\Omega$ ein Maximum erreicht. Man nennt diesen Zustand Leistungsanpassung.

Beachte:

Bei $R_L = R_i$ teilt sich die Spannung auf in $U = \frac{U_0}{2}$ und es stellt sich ein Strom $I = \frac{I_k}{2}$ ein.

$$P_{\max} = U \cdot I = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{I_k}{2} = \frac{P}{4}$$

oder mit $I_k = \frac{U_0}{R_i}$

$$P_{\max} = U \cdot I = \frac{U_0}{2} \cdot \frac{U_0}{2 \cdot R_i} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i}$$

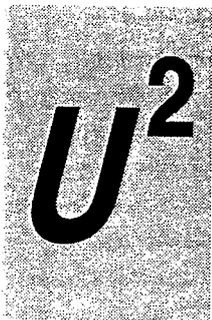
Leistung bei Spannungsänderung

Bei einem Verbraucher mit gleichbleibendem Widerstand nimmt P mit dem Quadrat der Spannung zu - ebenso mit dem Quadrat des Stromes.

$$P = U \cdot I, P = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

Wenn die Spannung ändert, so ändert auch der Strom im gleichen Verhältnis; der Widerstand bleibt konstant.

Eine neue Leistung kann entweder über den Widerstand - dies ist immer der sicherste Weg - oder mit einer Verhältnisgleichung berechnet werden:



$$P_1 : P_2 = U_1^2 : U_2^2$$

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{U_2^2}{U_1^2}$$

Zur Berechnung der Leistungsänderung muss eine eventuelle Angabe der Spannungsänderung in % in einen **Faktor** umgerechnet werden.

Als «Faustformel» für kleine Spannungsabweichungen (unter ca. 15 %) gilt:

Die prozentuale Spannungsabweichung bewirkt eine **doppelte** prozentuale Leistungsabweichung, z.B. ergibt eine 10prozentige Unterspannung eine ca. 20prozentige «Unterleistung».

10% Unterspannung = 0,9 · U_{Nenn} ⇒ ≈ 20% «Unterleistung»

10% Überspannung = 1,1 · U_{Nenn} ⇒ ≈ 20% «Überleistung»

Beispiele:

1. Ein 800-W-Heizkörper mit der Nennspannung 230V ist an 205V angeschlossen. Welche Leistung nimmt er auf?

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{U_2^2}{U_1^2} = 800W \cdot \frac{(205V)^2}{(230V)^2} = \underline{\underline{635,5W}}$$

Kontrolle

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{205V^2}{\left(\frac{U_1}{P_1}\right)^2} = \frac{205V^2 \cdot 800W}{230V^2} = \underline{\underline{635,5W}}$$

2. Wie gross ist die Leistung einer 2-kW-Kochplatte bei 15 % Überspannung und bei 10 % Unterspannung?

15% Überspannung ≈ 30% «Überlastung» = 1,3 · P_N = 2,6 kW

10% Unterspannung ≈ 20% «Unterleistung» = 0,8 · P_N = 1,6 kW

Die elektrische Energie

Berechnung und Messung

Die elektrische Arbeit W ist um so grösser, je grösser die angeschlossene Leistung ist und je länger die Leistungsaufnahme dauert.

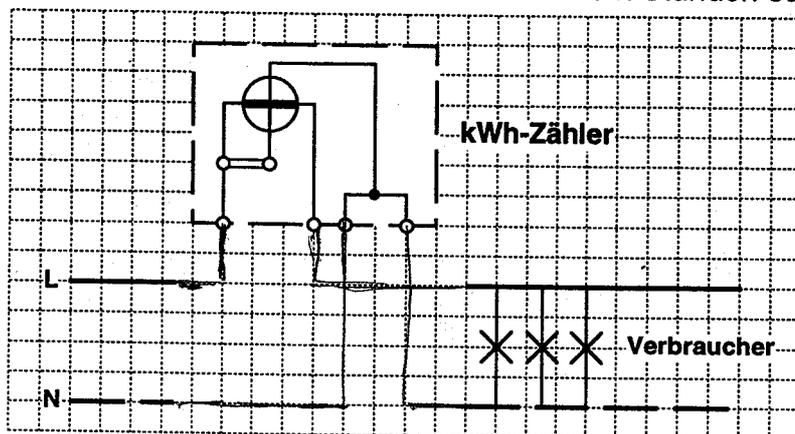
Die elektrische Arbeit (Energie) ist das Produkt aus Leistung und Zeit

$$W = P \cdot t$$

Technische Masseinheit: Kilowattstunde kWh

Physikalische Masseinheit: Joule (Nm, Ws, J)

Je nach Wahl der Masseinheit wird die Zeit in Stunden oder Sekunden eingesetzt.



Die elektrische Arbeit wird mit dem Kilowattstunden-Zähler gemessen. Der Zähler erfasst *Stromstärke, Spannung und Zeit*. Er hat, wie das Wattmeter, einen Strom- und einen Spannungspfad. Die Zeit wird mit Hilfe der drehenden Zählerscheibe – jede Ankerumdrehung entspricht einer bestimmten «verbrauchten» Energiemenge – oder mit einer elektronischen Uhr erfasst.

Beispiele:

- Ein $75\text{-}\Omega$ -Widerstand wird an 230 V angeschlossen.
 - Wie gross ist die Leistung?
 - Welche Energie wird in $11,8$ Stunden in Wärme umgesetzt?

$$a) \quad P = \frac{U^2}{R} = 705,3\text{ W}$$

$$b) \quad W = 8,322\text{ kWh}$$

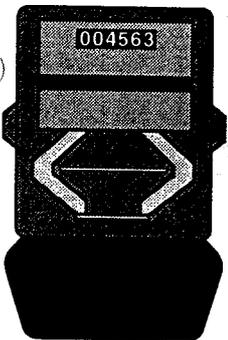
- Welche Energie ist nötig, um einen $4,2\text{-kW}$ -Boiler in 5 Stunden 36 Minuten aufzuheizen?

$$W = 23,5\text{ kWh}$$

3. Wie lange kann ein 4,8-kW-Heizofen mit der Energie von 15 kWh betrieben werden?

$$t = 3,125 \text{ h} \quad 3 \text{ h} \quad 7 \text{ min} \quad 30 \text{ s}$$

Kostenberechnung für die elektrische Energie



Die Elektrizitätswerke verrechnen für die elektrische Energie einen kWh-Preis, der sich nach Angebot und Nachfrage richtet (Hoch- und Niedertarif, verschiedene Bezügergruppen). Aus diesem Preis und der Energiemenge können die Kosten berechnet werden.

$$\text{Kosten} = \text{Energie} \cdot \text{Preis}$$

$$\text{Fr} = \text{kWh} \cdot \frac{\text{Fr}}{\text{kWh}}$$

Beispiele:

1. Eine 40-W-Lampe bleibt von 20.50 Uhr bis 06.35 Uhr eingeschaltet.
Wie gross sind die Energiekosten, wenn für eine kWh 8.5 Rappen verrechnet werden?

$$9,45 \text{ h} \cdot 8,5 \text{ Rp} =$$

$$0,04 \text{ kW} \cdot 9,45 \text{ h} \cdot \left(\frac{8,5 \text{ Rp}}{\text{kWh}} \right) = 0,085 \text{ Fr} = 0,0315 \text{ Fr}$$

2. Wie lange kann eine Stereoanlage mit 72 W Leistung für den Betrag von einem Franken bei einem Energiepreis von 24 Rappen betrieben werden?

$$\text{Kosten} = w \cdot \text{Preis} = P \cdot t \cdot \text{Preis}$$

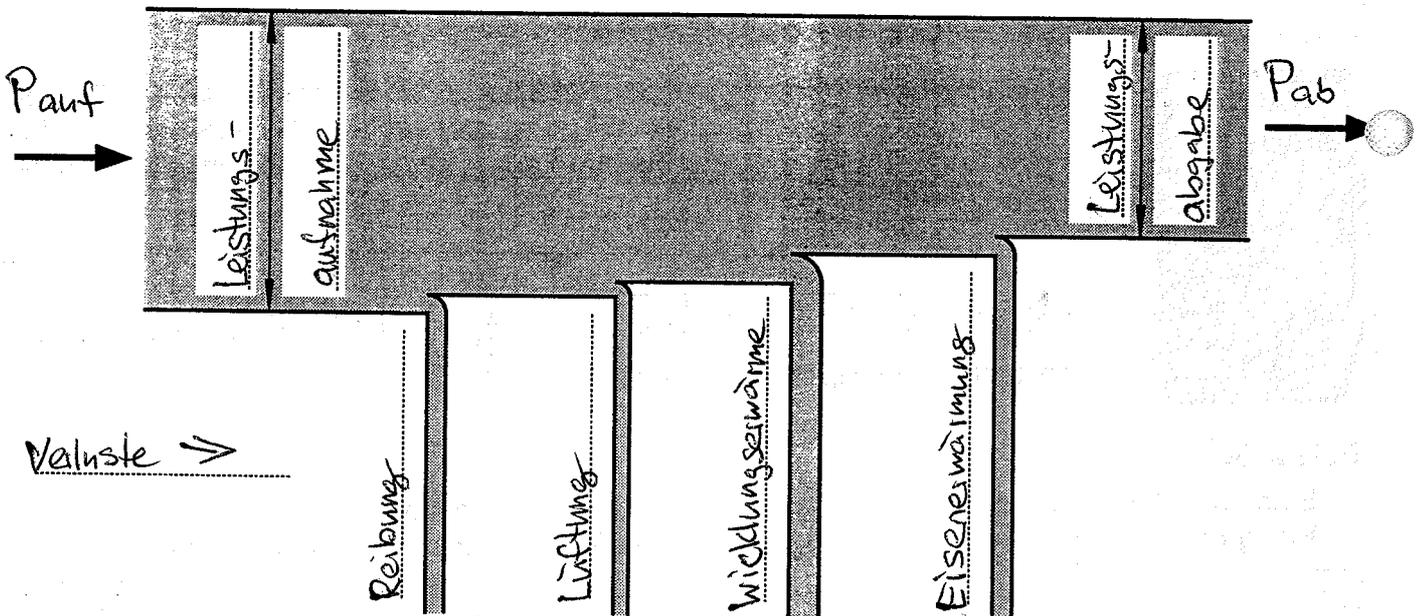
$$t = \frac{\text{Kosten}}{P \cdot \text{Preis}} = \frac{1,00 \text{ Fr}}{0,072 \text{ kW} \cdot 24 \text{ Rp}} = \underline{\underline{57,8 \text{ h}}}$$

Der Wirkungsgrad (Eta)

Jede Maschine wandelt eine Energieform in eine andere um. Ein elektrischer Generator zum Beispiel erzeugt aus mechanischer Energie elektrische Energie, ein Transformator wandelt elektrische Energie in dieselbe Energieform um, jedoch meistens mit einer anderen Spannung.

Bei jeder Energieumwandlung entstehen Verluste. Eine Maschine nimmt stets mehr Energieleistung auf, als sie abgibt.

Beispiel: Energieflussdiagramm eines Elektromotors



$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{Leistungsabgabe}}{\text{Leistungsaufnahme}} = \frac{\text{Nennleistung}}{\text{Anschlusswert}}$$



$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{auf}}$$

η ist stets kleiner als 1!
bzw. kleiner als 100%

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{auf}}$$

Der Wirkungsgrad kann auch mit Energieabgabe und Energieaufnahme bestimmt werden.

Beispiele zu «Wirkungsgrad»:

1. Ein Gleichstrommotor nimmt 9,7 kW elektrische Leistung auf und gibt 8 kW mechanische Leistung ab.

- Wie gross sind die Verluste?
- Wie gross ist sein Wirkungsgrad?

$$N_{\text{Verluste}} = \text{Leistungsaufnahme} - \text{Leistungsabgabe}$$

$$a) \text{ Verluste} = \underline{\underline{1,7 \text{ kW}}}$$

$$b) \eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{auf}}} = \frac{8 \text{ kW}}{9,7 \text{ kW}} = 0,8247 \text{ bzw. } 82\%$$

2. Ein Generator mit einem Wirkungsgrad von 0,91 hat 560 MWh elektrische Energie erzeugt.

- Welche mechanische Energie hat er aufgenommen?
- Wie gross sind die Energieverluste?

$$a) P_{\text{auf}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta} = \frac{560 \text{ MWh}}{0,91} = \underline{\underline{615 \text{ MWh}}}$$

$$b) \text{ Verluste} = W_{\text{auf}} - W_{\text{ab}} = 615 \text{ MWh} - 560 \text{ MWh} = \underline{\underline{55,4 \text{ MWh}}}$$

3. Ein 4-kW-Drehstrommotor mit 87 Prozent Wirkungsgrad treibt einen Gleichstromgenerator mit dem Wirkungsgrad 0,82 an.

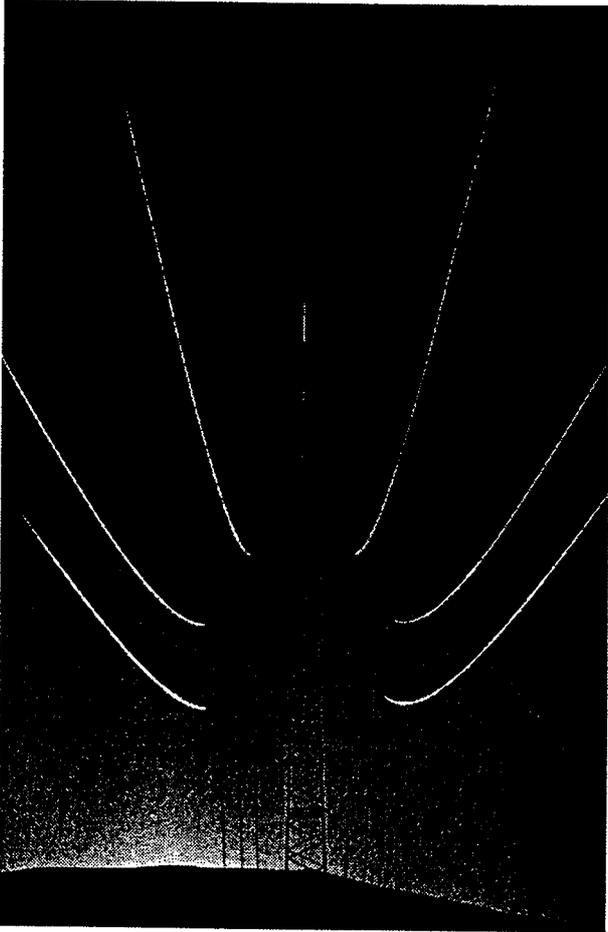
- Wie gross ist die aufgenommene Leistung?
- Welche Leistung gibt der Generator ab?
- Mit welchem Wirkungsgrad arbeitet die Umformerguppe?

$$a) P_{\text{auf}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta} = \frac{4 \text{ kW}}{0,87} = \underline{\underline{4,597 \text{ kW}}}$$

$$b) P_{\text{ab}} = P_{\text{auf}} \cdot \eta = 4 \text{ kW} \cdot 0,82 = 3,28 \text{ kW}$$

c)

Spannungsverlust in Leitungen (Spannungsabfall)



Die Zuleitung zu einem Verbraucher besteht aus Hin- und Rückleiter.

Das gilt für Verbraucher an Gleichstrom und einphasigem Wechselstrom (230 V und 400 V). Bei Drehstrom sind die Verhältnisse komplizierter.

Je grösser der Strom in einer Leitung ist, desto grösser muss der Leiterquerschnitt sein:

1. Um eine schädliche Erwärmung zu verhindern.

Wegen der Erwärmung der Leitung sind die minimalen Querschnitte nach DIN genormt. Bei kurzen Leitungen ist für die Dimensionierung vor allem die Stromdichte massgebend.

2. Um einen zu grossen Spannungsverlust zu vermeiden.

Je länger die Leitung ist, desto mehr macht sich auch der Spannungsverlust bemerkbar; dieser sollte in Hausinstallationen nicht mehr als 1–3 %, in Übertragungsleitungen nicht mehr als 5–10 % betragen.

Berechnung des Spannungsverlustes

$$U_v = R_v \cdot I$$

[V]

Grundsätzlich gilt auch hier für die Spannungsberechnung das Ohmsche Gesetz.

$$R_v = \frac{\rho \cdot L \cdot 2}{A}$$

[Ω]

Da im Hin- und im Rückleiter Spannungsverlust auftritt, muss bei der Berechnung von R_{Leitung} mit der doppelten Leitungslänge gerechnet werden.

Der Spannungsverlust kann in Volt oder in Prozenten der Nennspannung angegeben werden. Für Strom und Leistung wird immer mit den Werten bei Nennspannung gerechnet – ausgenommen in Extremfällen.

$$\text{Leitfähigkeit } \alpha = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2}$$

Beispiele zu «Spannungsverlust in Leitungen» (1. Teil):

1. Am Ende einer 23,5 m langen 1,5-mm²-Kupferleitung wird ein Heizofen angeschlossen, der bei 230 V einen Strom von 9,1 A aufnimmt.
- Wie gross ist der Spannungsverlust in Volt und in Prozenten?
 - Welche Spannung misst man an den Anschlussklemmen des Ofens, wenn am Leitungsanfang 228 V gemessen werden?

$$a) \quad U_V = R_L \cdot I = \frac{2 \cdot L}{\alpha \cdot A} \cdot I = \frac{2 \cdot 23,5 \text{ m}}{56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2} \cdot 1,5 \text{ mm}^2} \cdot 9,1 \text{ A} = 5,1 \text{ V} \approx 2,2 \%$$

$$b) \quad U_K = U_0 - U_V = 228 \text{ V} - \frac{2 \cdot L}{\alpha \cdot A} \cdot \frac{228 \text{ V}}{25,27 \Omega} = 222 \text{ V}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{U}{I} = \frac{230 \text{ V}}{9,1 \text{ A}} = 25,27 \Omega \rightarrow \text{bleibt konstant}$$

2. Welchen Querschnitt muss eine Kupferfreileitung aufweisen, wenn bei 290 m Leitungslänge der Spannungsverlust 4 % nicht überschreiten darf?

Die Belastung beträgt 85 A bei der Betriebsspannung 440 V.

$$A = \frac{2 \cdot L}{\alpha \cdot R_L} = \frac{2 \cdot L}{\alpha \cdot \frac{U_V}{I}} = \frac{2 \cdot L \cdot I}{\alpha \cdot U_V} = \frac{2 \cdot 290 \text{ m} \cdot 85 \text{ A}}{56 \frac{\text{m}}{\Omega \text{mm}^2} \cdot \frac{440 \text{ V}}{100} \cdot 4} = 50 \text{ mm}^2$$

Beispiele zu «Spannungsverlust in Leitungen» (2. Teil):

3. Welchen Strom kann ein 360 m langes Kabel mit 2 x 120 mm² Querschnitt übertragen, wenn der Spannungsverlust bei 400 V Nennspannung 5 % nicht überschreiten soll?

$$I = \frac{A \cdot \rho \cdot U_N}{2 \cdot L} = \frac{120 \text{ mm}^2 \cdot 56 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \cdot 0,05 \cdot 400 \text{ V}}{2 \cdot 360 \text{ m}} = \underline{\underline{186 \text{ A}}}$$

5% von 400V

4. Eine Al-Leitung mit 2 x 25 mm² Querschnitt ist 85 m lang. Die Betriebsspannung beträgt 230 V.

- Welche Leistung kann maximal übertragen werden, wenn der Spannungsverlust 4 % nicht überschreiten soll?
- Wie gross wäre diese Leistung bei der Betriebsspannung 400 V und gleichen prozentualen Verlusten?

$$\rho \text{ für Al} = 35 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2}$$

~~A 17 A~~

$$a) P = U_k \cdot I = 0,96 \cdot 230 \text{ V} \cdot \frac{25 \text{ mm}^2 \cdot 35 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \cdot 0,04 \cdot 230 \text{ V}}{2 \cdot 85 \text{ m}} = \underline{\underline{10,45 \text{ kW}}}$$

$$b) = 0,96 \cdot 400 \text{ V} \cdot \frac{25 \text{ mm}^2 \cdot 35 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \cdot 0,04 \cdot 400 \text{ V}}{2 \cdot 85 \text{ m}} = \underline{\underline{31,62 \text{ kW}}}$$

Vorteil hoher Spannungen bei Energieübertragungsleitungen

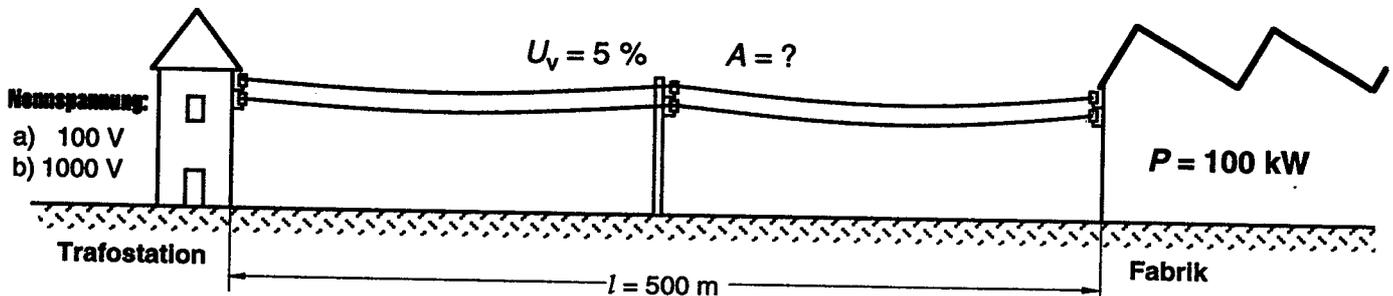
Die Verluste einer Energieübertragungsleitung
steigen mit dem Quadrat des Stromes

$$P_v = I^2 \cdot R$$

Um diese Verluste klein zu halten, werden hohe Spannungen gewählt. Mit zunehmender Spannung verringert sich der Strom bei gleicher zu übertragender Leistung.

Der Vorteil der HS-Übertragung soll an einem wenig realistischen Beispiel gezeigt werden:

Beispiel: Auf eine Distanz von 500 Meter müssen 100 kW übertragen werden.
Wie gross ist der erforderliche Leiterquerschnitt für eine Kupferfreileitung, wenn der Spannungsverlust in der Leitung 5 % nicht überschreiten darf?
Übertragungsspannung: a) 100 V, b) 1000 V



$$a) U_k = 0,95 \cdot U_n = 95 \text{ V} \Rightarrow U_v = 5 \text{ V}$$

$$I = \frac{P}{U_k} = \frac{100 \text{ kW}}{95} = 1052,63 \text{ A}$$

$$A = \frac{2 \cdot l \cdot I}{\rho \cdot U_v} = \frac{2 \cdot 500 \text{ m} \cdot 1052,63 \text{ A}}{56 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \cdot 5 \text{ V}} = 37,594 \text{ mm}^2 \quad \phi = 2,16 \text{ mm}$$

$$P_v = U_v \cdot I \\ = 5 \text{ V} \cdot 1052,63 \text{ A} \\ = 5263 \text{ W}$$

$$b) U_k = 0,95 \cdot 1000 \text{ V} = 950 \text{ V} \Rightarrow U_v = 50 \text{ V}$$

$$I = \frac{P}{U_k} = \frac{100 \text{ kW}}{950 \text{ V}} = 105,26 \text{ A}$$

$$A = \frac{2 \cdot 500 \text{ m} \cdot 105,26 \text{ A}}{56 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2} \cdot 50 \text{ V}} = 37,594 \text{ mm}^2 \quad \phi = 2,16 \text{ mm}$$

$$P_v = U_v \cdot I \\ = 50 \cdot 105,26 \text{ A} \\ = 5263 \text{ W}$$

Der Querschnitt einer Leitung kann mit dem Quadrat der Spannungserhöhung
verkleinert werden

Spannungserhöhung: $10 \times$
Querschnitt: $100 \times$

Die Übertragung grösserer Leistungen ist nur mit hoher Spannung wirtschaftlich. Als «Faustregel» gilt: **Für jeden Kilometer Übertragungsdistanz benötigt man 1000 V Spannung.**

Wir haben deshalb in der Schweiz Übertragungsspannungen bis zu 400 kV, im Ausland mit grösseren Distanzen ist sie entsprechend höher.